

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 17 luglio 2012

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $3^{\frac{33}{32}n}$, $\frac{n^2(n+1)}{\sqrt{n^4-1}}$, $\sqrt[3]{n} \log n$, 3^n , $n\sqrt[3]{\log n}$, $\frac{3^3 n \log n - 3}{3}$, $\sqrt[3]{n} \log^3 n$, $\sqrt{3^n}$, $3n \log \log^3 n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + T(n-2) + 1, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 3T_2(n/9) + \sqrt[4]{n \log n} + \sqrt{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [10 punti] Sia $V[1 : n]$ un vettore di n valori non negativi. Si progetti un algoritmo che, dato V , due interi $k, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, restituisca i k valori di V più vicini a $V[j]$. L'algoritmo deve avere complessità $O(n \log k)$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [15 punti] Sia A una matrice $n \times n$ di interi. Progettare un algoritmo che, data A , costruisca un *oracolo* (ovvero una struttura dati) che sia in grado di rispondere in tempo $O(1)$ a *query* (ovvero domande) del seguente tipo: dati quattro interi i, j, b, h , quale è la somma degli elementi della sottomatrice di A delimitata dai quattro elementi $A[i, j], A[i, j + b - 1], A[i + h - 1, j], A[i + h - 1, j + b - 1]$?

L'algoritmo di costruzione dell'oracolo deve avere complessità temporale $O(n^2)$, mentre l'algoritmo di interrogazione dell'oracolo, come già detto, deve avere complessità temporale $O(1)$.