

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 16 giugno 2010

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 3^n , $n + \log n$, $\sqrt{n} \log n$, $3^{n/3}$, $n \log n$, $n \log \log n$, 3^{n+3} , $\sqrt{n \log n}$, $3^n/n^2$, $n \log \sqrt{n}$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-2) + c, T_1(1) = 1, \text{ con } c \text{ costante (positiva);}$$

$$T_2(n) = 9T_2(n/9) + \sqrt{n} + \log^2 n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Un array A di n elementi è detto *unimodale* se consiste di una sequenza crescente seguita da una sequenza decrescente o più precisamente se esiste un indice $m \in \{1, \dots, n\}$ tale che

- $A[i] < A[i+1]$, per ogni $1 \leq i < m$, e
- $A[i] > A[i+1]$, per ogni $m \leq i < n$.

In particolare $A[m]$ è il massimo elemento ed è l'unico che è circondato da due elementi più piccoli ($A[m-1]$ e $A[m+1]$).

(a) Si progetti un algoritmo con complessità temporale $o(n)$ che, dato un array unimodale A , restituisce l'indice dell'elemento massimo.

(b) Si progetti un algoritmo con complessità temporale $o(n \log n)$ che ordina (in ordine crescente) un array unimodale A .

Attenzione: l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [10 punti] Si dia una sequenza di inserimenti che, a partire da un albero AVL vuoto, produca un albero di Fibonacci di almeno 5 nodi. Si cancelli poi il nodo con chiave massima.