

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 15 luglio 2010

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 4^n , n^4 , $\log^4 n$, $4 \log n$, $n^{1.99}$, 4^{4n} , $\log n^4$, $\frac{n^2}{\log n}$, $\log 4n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + \log n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 4T_2(n/2) + \sqrt[4]{n^5} + \log n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [22 punti] Sia T un albero AVL di n nodi con chiavi intere e distinte. Dati due nodi v e v' , definiamo la distanza fra v e v' come $d(v, v') = |chiave(v) - chiave(v')|$. Progettare degli algoritmi per risolvere i seguenti problemi:

(a) dato un valore x , dire se esistono due nodi in T tali che la loro distanza è almeno x . L'algoritmo deve avere complessità $O(\log n)$;

(b) trovare due nodi (distinti) in T che minimizzano la loro distanza, ovvero, trovare due nodi v e v' per i quali vale $d(v, v') \leq d(u, u')$ per ogni altra coppia di nodi (distinti) u, u' in T . L'algoritmo deve avere complessità $o(n^2)$.

(c) dato un valore x , restituire tutti i nodi v in T tale che $|chiave(v) - x| \leq 2$. L'algoritmo deve avere complessità $O(\log n)$.

(d) dire se esistono tre nodi in T distinti v_1, v_2, v_3 tale che $chiave(v_1) + chiave(v_2) + chiave(v_3) = 20$. L'algoritmo deve avere complessità $o(n^3)$.

Attenzione: l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.