

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 14 febbraio 2011

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^n , $\frac{n^{0.51}}{\log^{10} n}$, $2n^{1/2} + 4n^{1/4}$, $n \log \log n$, $3\sqrt{n}$, $\frac{n^3}{(n+1)(n+5)}$, $\sqrt{n} \log n$, 2^{n+10} , $n\sqrt{\log n}$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n^2, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 16T_2(n/2) + n^3\sqrt{n} + n \log^2 n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [18 punti] Sia A un array di n elementi tale che $A[i] \in \{0, 1\}$ per ogni $i = 1, \dots, n$. Progettare degli algoritmi per risolvere i seguenti problemi:

(a) trovare il più piccolo indice $1 \leq i < n$ tale che il numero di uni contenuti nella porzione di array $A[1 : i]$ è uguale al numero di zeri contenuti nella porzione di array $A[i+1 : n]$. Se tale indice non esiste l'algoritmo deve restituire il valore -1. L'algoritmo deve avere complessità temporale $O(n)$;

(b) Si assuma che A è ordinato (e quindi tutti gli zeri, se ci sono, sono all'inizio). Trovare il più grande indice i tale che $A[i] = 0$. Se tale indice non esiste l'algoritmo deve restituire il valore -1. L'algoritmo deve avere complessità temporale $o(n)$.

Attenzione: l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [5 punti] (*due semplici domande*)

1. Si fornisca, se esiste, un albero binario T con 7 nodi, in cui ogni nodo contiene una lettera e che rispetta le seguenti condizioni: (i) T ha altezza 3, (ii) la radice contiene la lettera A, e (iii) la sequenza di visita dei nodi di T in ordine simmetrico è: T R O V A T O.

2. E un albero (sempre binario con 7 nodi) che rispetta (ii) e (iii) ma ha altezza 2? Motivare le risposte.