Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 13 giugno 2011

docente: Luciano Gualà

Cognome:..................... Nome:........................ Matr.:....... Corso di Laurea:................

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{n+10}, $\frac{(n+1)(n+6)}{\sqrt{n+1}}$, $n \log \log \log n$, $2^{1.5n}$, $\sqrt{n} \log^5 n$, $\frac{n^{6/10}}{\log^2 n}$, $n \log n$, $\frac{2^n}{4^{10}}$, $n \log \sqrt{\log n}$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$T_1(n) = 2\,T_1(n/4) + T_1(n/2) + n$, $T_1(1) = 1$;

$T_2(n) = 2\,T_2(n/2) + \sqrt{n} \log n + \log^2 n$, $T_2(1) = 1$;

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [20 punti] Sia T un albero binario di n nodi con radice r. Si noti che dati due nodi u e v dell'albero, in T esiste un unico cammino che li congiunge. Si definisce *distanza* fra u e v in T (denotata con $d(u, v)$) la lunghezza di tale cammino, ovvero il numero di archi che devono essere attraversati per andare da u a v (o viceversa).

Si assuma che T è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo v abbia associato di seguenti campi: puntatori al padre e ai figli ($v.p$, $v.s$, $v.d$), indice del nodo ($v.id$). Si assuma inoltre che gli indici dei nodi siano interi distinti nell'insieme $\{1, 2, \ldots, n\}$.

(a) Progettare un algoritmo che, dato T, calcoli (mettendole in un vettore) le distanze fra r e tutti gli altri nodi, ovvero che calcoli $d(r, v)$ per ogni nodo v in T. L'algoritmo deve avere complessità temporale $O(n)$;

(b) progettare un algoritmo che, dato T e un nodo $s \neq r$, calcoli (mettendole in un vettore) le distanze fra s e tutti gli altri nodi, ovvero che calcoli $d(s, v)$ per ogni nodo v in T. *Suggerimento:* si noti che, per ogni nodo v, $d(s, v) = d(s, x) + d(x, v)$, dove x è l'antenato comune in T di s e v che è più lontano da r.

Attenzione: l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [3 punti] (*una semplice domanda*)

Ludo e Sery, sposati da poco, devono scegliere le foto per l'album del loro matrimonio. La fotografa presenta loro M foto e chiede loro di sceglierne $n < M$. Dopo diverse discussioni, decidono di adottare il seguente algoritmo. Il primo giorno Ludo sceglie $\lfloor n/2 \rfloor$ foto e Sery ne sceglie $\lceil n/2 \rceil$ (Ludo è un cavaliere e Sery è prepotente). Tutte le foto scelte faranno parte dell'album. Se ci sono foto che sono state scelte da entrambi, allora restano altre foto da scegliere. In tal caso, il giorno successivo, Ludo e Sery si ridividono a metà (o quasi) queste foto, applicando quindi ricorsivamente l'algoritmo. Dire nel caso peggiore dopo quanti giorni (in ordine asintotico) i due sposi hanno completato l'album.