

# Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 11 luglio 2011

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{n+15}$ ,  $\frac{(n+4)n^2+6}{\sqrt{n+1}}$ ,  $\sqrt{n} \log \log n$ ,  $2^{2n}$ ,  $\sqrt{n} \log \sqrt{n}$ ,  $n^{2.5} \log^2 n$ ,  $n^2 + n \log n$ ,  $\sqrt{n \log n}$ ,  $n^{10} 2^n$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 16T_1(n/2) + n^3 \sqrt[3]{n} + n^2 \log^2 n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 2T_2(n-1) + 1, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [20 punti]** Sia  $T$  un albero binario completo di  $n$  nodi con radice  $r$  in cui ogni nodo  $v$  ha un valore reale positivo  $\phi(v)$  associato. Si assuma che  $T$  è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo  $v$  abbia associato i seguenti campi: puntatori al padre e ai figli ( $v.p$ ,  $v.s$ ,  $v.d$ ), indice del nodo ( $v.id$ ) e valore del nodo ( $v.\phi$ ). Si assuma inoltre che gli indici dei nodi siano interi distinti nell'insieme  $\{1, 2, \dots, n\}$ .

- (a) Dato un nodo  $v$  e un suo discendente  $u$  in  $T$ , il valore del cammino tra  $v$  e  $u$  è definito come la somma dei valori dei nodi sul cammino. Sia  $f_1(v)$  il valore del cammino di valore massimo fra  $v$  e un suo discendente. Progettare un algoritmo che, dato  $T$ , calcoli un vettore  $V$  tale che, per ogni nodo  $v$  con indice  $i$ , assegni a  $V[i]$  il valore  $f_1(v)$ . L'algoritmo deve avere complessità temporale  $O(n)$ ;

- (b) Dato un nodo  $v$ , denotiamo con  $A(v)$  l'insieme degli antenati di  $v$  in  $T$  e dati due nodi  $u$  e  $v$ , definiamo  $A(u, v) = A(u) \cup A(v)$ . Inoltre, per ogni coppia di foglie  $u$  e  $v$ , sia  $f_2(u, v) = \sum_{x \in A(u, v)} \phi(x)$ .

Progettare un algoritmo che, dato  $T$ , trovi il valore  $f_2(u^*, v^*)$  associato alla coppia di foglie  $u^*, v^*$  che massimizza  $f_2$ .

*Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

## Esercizio 3 [3 punti] (una semplice domanda)

Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa: esiste un algoritmo di ordinamento basato su confronti che per ordinare 5 elementi effettua, nel caso peggiore, al più sei confronti.