

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati

Testo della prova scritta del 9 giugno 2009

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [8 punti] Possiamo estendere la notazione asintotica al caso di funzioni a due parametri n e m che possono tendere indipendentemente all'infinito con tassi di crescita differenti. Diciamo che $f(n, m) = O(g(n, m))$ se e soltanto se esistono tre costanti $c, n_0, m_0 > 0$ tali che $f(n, m) \leq cg(n, m)$ per ogni $n \geq n_0$ o per ogni $m \geq m_0$.

Siano $h_1(n), h_2(n), t(m) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}^+$ tre funzioni con $h_1(n) = O(h_2(n))$. Dimostrare o confutare le seguenti due relazioni:

(a) $h_1(n) + t(m) = O(h_2(n) + t(m))$.

(b) $2^{h_1(n)+t(m)} = O(2^{h_2(n)+t(m)})$.

Esercizio 2 [8 punti] Sia T un albero binario di ricerca, diciamo che un nodo v di T è *generazionalmente centrato* se in T il numero di antenati di v è uguale al numero dei suoi discendenti. Realizzare un algoritmo che, preso in input un albero binario di ricerca restituisca in ordine non decrescente di chiave tutti i nodi dell'albero che sono generazionalmente centrati. *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [8 punti]

(a) Sia $A = [2, 4, 1, 3, 7, 15, 8, 10]$ un vettore posizionale rappresentante un albero binario quasi completo. Si mostri l'esecuzione della procedura **Heapify** su A (che trasforma A in un Heap).

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A e A' , le cui complessità temporali sono descritte dalle equazioni di ricorrenza $T(n) = T(n-1) + n$, $T(1) = 1$, e $T'(n) = 90T'(n/10) + n^2$, $T'(1) = 1$. Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 4 [8 punti] Si definisca formalmente il concetto di distanza (*edit distance*) fra due stringhe e poi si descriva in modo sintetico e preciso l'algoritmo di programmazione dinamica che, date due stringhe, ne calcola la loro distanza reciproca. Si derivi in particolare la complessità temporale e spaziale dell'algoritmo.