

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati

Testo della prova scritta del 4 luglio 2008

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [8 punti] Sia k una costante intera e, per ogni $i \in \{1, \dots, k\}$, sia $f_i(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ una funzione. Inoltre sia $g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ un'altra funzione. Dimostrare o confutare la seguente relazione

$$g(n) - \sum_{i=1}^k f_i(n) = \Omega(g(n))$$

quando

(a) $f_{i-1}(n) = \omega(f_i(n))$ per ogni $i = 2, \dots, k$ e $g(n) = \omega(f_1(n))$.

(b) $\sum_{i=1}^k f_i(n) < g(n)$ per ogni $n \geq 0$.

Esercizio 2 [8 punti] Realizzare un algoritmo che, preso in input un vettore A di n valori distinti, e un intero k ($1 \leq k \leq n$), restituisce i k elementi più grandi di A . L'algoritmo deve avere complessità temporale $o(n \log n)$ quando $k = o(\log n)$. *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [8 punti]

(a) Si calcoli la distanza fra le stringhe X e Y utilizzando l'algoritmo di programmazione dinamica `distanzaStringhe`, con $X = \text{sodoma}$ e $Y = \text{gomorra}$. Si mostri, inoltre, la sequenza minima di operazioni che trasforma X in Y .

(b) Si risolva la seguente equazione di ricorrenza: $T(n) = T(n/5) + T(4n/5) + n$, $T(1) = 1$.

Esercizio 4 [8 punti] Si descriva in modo sintetico e preciso cosa è un Heap e come può essere mantenuto attraverso un vettore. Poi si mostri che un Heap di n elementi ha altezza $O(\log n)$.