

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 29 gennaio 2018
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $2^{\frac{50}{49}n}$, $\frac{n^{1.5}\sqrt{n+1}}{\sqrt{n-1}}$, $(n+1)\sqrt{n}$, 2^n , $n\sqrt{\log \log n}$, $\frac{2^{n+\sqrt{5}}}{\log \log n}$, $n \log n$,
 $n^{1.5} \log n^2$, $n^{1.5} \log^2 n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n\sqrt{n}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 2T_2(n/3) + n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia $V[1 : n]$ un vettore di n elementi dove $V[i] \in \{-1, 1\}$ per ogni $i \in \{1, \dots, n\}$. Costruire in tempo $O(n)$ un *oracolo* (struttura dati), in grado di rispondere in tempo costante a *query* (domande) del seguente tipo:

- **prodotto**(i, j): dati due indici i e j , con $i \leq j$, calcola il prodotto degli elementi del sottovettore $V[i : j]$.

Esercizio 3 [13 punti]

Su una scacchiera $2 \times n$ potete piazzare esattamente n pedine, una per ogni colonna. Per ogni pedina potete scegliere il colore, bianco o nero. Piazzare una pedina nella posizione (i, j) vi fa guadagnare $b_{i,j}$ se la pedina è bianca, e $n_{i,j}$ se è nera. Avete il seguente vincolo: per ogni $j > 1$, la pedina che piazzate sulla colonna j deve avere lo stesso colore oppure trovarsi nella stessa riga della pedina che avete piazzato nella colonna $j - 1$.

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcola il massimo punteggio ottenibile.