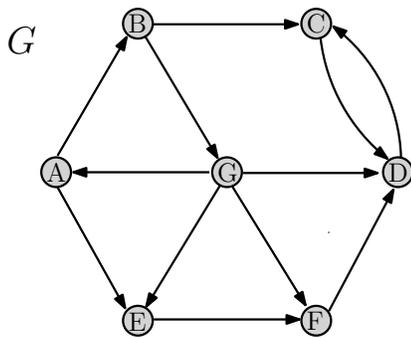


Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)  
 Testo della prova scritta del 28 settembre 2015  
 docenti: Gualà, Pasquale

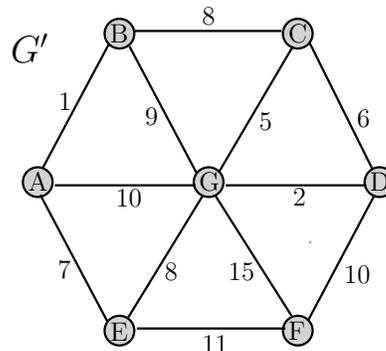
Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Si consideri il grafo  $G$  in figura (a).

1. Si mostri l'esecuzione di una visita in profondità (DFS) di  $G$  a partire dal nodo  $A$ . Si mostri l'albero DFS risultante e, per ogni nodo, i tempi di pre- e di post-visita. Ogni volta che la visita può proseguire su più nodi, si dia precedenza al nodo più piccolo secondo l'ordine lessicografico.
2. Si mostrino le componenti fortemente connesse di  $G$ .
3. Individuare un insieme  $F$  di archi di cardinalità minima tale che il grafo risultante dalla rimozione di  $F$  ammette un ordinamento topologico. Si fornisca anche tale ordinamento topologico.



(a)



(b)

**Esercizio 2** Si consideri il grafo pesato  $G'$  in figura (b).

1. Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal su  $G'$  evidenziando (i) gli archi del minimo albero ricoprente (MST)  $T$  calcolato, (ii) l'ordine con cui tali archi vengono aggiunti a  $T$ .
2. Dire se l'arco  $(B, C)$  appartenente a tutti gli MST di  $G'$ , ad almeno un MST, o a nessun MST. Motivare la risposta.
3. Lasciando invariati i pesi degli altri archi, quanto deve essere decrementato il peso dell'arco  $(E, F)$  affinché entri a far parte di almeno un MST di  $G'$ ?

**Esercizio 3** Un'importante azienda di sviluppo software ha  $n$  progetti da portare a termine entro la fine dell'anno. Il manager dell'azienda stima che ogni progetto  $i \in [n]$  necessiti di un certo numero  $d_i \in \mathbb{N}$  di ore di lavoro da parte dei programmatori. In tutto l'azienda impiega  $m$  programmatori e ogni programmatore  $j \in [m]$ , in base alla sue competenze, è in grado di lavorare su un sottoinsieme  $P_j \subseteq [n]$  dei progetti. Considerando che fino alla fine dell'anno ogni programmatore potrà svolgere  $k$  ore di lavoro in tutto, il manager deve decidere se è possibile portare a termine tutti i progetti con il personale attualmente impiegato oppure se bisogna assumere urgentemente nuovi programmatori.

Descrivere un algoritmo che prende in input  $\{d_1, \dots, d_n\}, \{P_1, \dots, P_m\}$  e  $k$  e fornisce una risposta in tempo polinomiale.