

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 28 settembre 2015
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $n^3 \log n$, $\frac{n^2 \sqrt{n^3+7}}{\sqrt{n+3}}$, $n^2 \sqrt{n} + n^3$, 2^n , $\frac{n^3}{\log n^{33}}$, $\frac{n^3+313}{\log \log n}$, $n^{\log \log n}$, $\frac{13n^{13}-\log n}{13}$, $n^{2.999}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n/2) + 2;$$

$$T_2(n) = T_2(n/5) + 5n + \sqrt{n} \log^2 n;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia T un albero binario di n nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo v contiene le seguenti informazioni: un puntatore $p(v)$ al padre, due puntatori $s(v)$ e $d(v)$ rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, e un campo $col(v) \in \{B, N\}$ che indica il colore del nodo (*bianco* o *nero*). Progettare un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, dato T e dato un valore k , restituisca **true** se esiste cammino in T radice-foglia con al più k nodi neri, **false** altrimenti. Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

Esercizio 3 [13 punti]

Si vogliono posizionare delle pedine su una scacchiera rettangolare $2 \times n$. Ad ogni cella (i, j) è assegnato un valore positivo $v_{i,j}$, $i \in \{1, 2\}, j \in \{1, \dots, n\}$, che indica il guadagno che si ottiene se si posiziona una pedina sulla cella (i, j) . Due pedine non devono mai essere adiacenti in senso verticale o orizzontale (ma possono esserlo diagonalmente). Si progetti un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il guadagno massimo ottenibile posizionando nel miglior modo possibile le pedine.