

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)  
Testo della prova scritta del 28 settembre 2015  
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

**Esercizio 1 [10 punti]**

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $n^3 \log n$ ,  $\frac{n^2 \sqrt{n^3+7}}{\sqrt{n+3}}$ ,  $n^2 \sqrt{n} + n^3$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^3}{\log n^{33}}$ ,  $\frac{n^3+313}{\log \log n}$ ,  $n^{\log \log n}$ ,  $\frac{13n^{13}-\log n}{13}$ ,  $n^{2.999}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n/2) + 2;$$

$$T_2(n) = T_2(n/5) + 5n + \sqrt{n} \log^2 n;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $T$  un albero binario di  $n$  nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo  $v$  contiene le seguenti informazioni: un puntatore  $p(v)$  al padre, due puntatori  $s(v)$  e  $d(v)$  rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, e un campo  $col(v) \in \{B, N\}$  che indica il colore del nodo (*bianco* o *nero*). Progettare un algoritmo con complessità temporale  $O(n)$  che, dato  $T$  e dato un valore  $k$ , restituisca **true** se esiste cammino in  $T$  radice-foglia con al più  $k$  nodi neri, **false** altrimenti. Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

**Esercizio 3 [13 punti]**

Si vogliono posizionare delle pedine su una scacchiera rettangolare  $2 \times n$ . Ad ogni cella  $(i, j)$  è assegnato un valore positivo  $v_{i,j}$ ,  $i \in \{1, 2\}, j \in \{1, \dots, n\}$ , che indica il guadagno che si ottiene se si posiziona una pedina sulla cella  $(i, j)$ . Due pedine non devono mai essere adiacenti in senso verticale o orizzontale (ma possono esserlo diagonalmente). Si progetti un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il guadagno massimo ottenibile posizionando nel miglior modo possibile le pedine.