

**ALGORITMI E STRUTTURE DATI
(II MODULO)
PROVA SCRITTA del 28/01/2019**

Esercizio 1 (Minimum Spanning Tree (MST) senza Heap) Si consideri un grafo non diretto pesato connesso $\langle G=(V,E); c:E \rightarrow \mathcal{R}^+ \rangle$ (pesi positivi e tutti distinti) ed un suo nodo $s \in V$.

1. Si descriva rigorosamente mediante pseudo-codice **l'Algoritmo di Prim** per il calcolo del **MST** su input $(\langle G=(V,E); c:E \rightarrow \mathcal{R}^+ \rangle, s)$ che utilizza array (semplici) sia per la gestione della coda di priorità (non la struttura **Heap**) che per tutte le altre strutture dati. In particolare, si descriva con esattezza le operazioni di aggiornamento sulla coda di priorità.
2. Si dimostri la correttezza (quindi l'ottimalità della soluzione) in modo rigoroso utilizzando una (o più) proprietà nota dei grafi con pesi (distinti e positivi).
3. Il costo del MST dipende dalla scelta del nodo s oppure solamente dal grafo pesato $\langle G=(V,E); c:E \rightarrow \mathcal{R}^+ \rangle$? Motivare con chiarezza la risposta.
4. Dare un un upper bound ottimale per la complessità temporale dell'algoritmo proposto nel worst-case.

ESERCIZIO 2 (2-Apx per Load Balancing). Si consideri il problema di ottimizzazione **Load Balancing (LB)**. Informalmente, il problema consiste nell'assegnare un insieme fissato di tasks ad un insieme finito di macchine identiche in modo da minimizzare il massimo carico (**MakeSpan**) tra le macchine.

1. Si definisca **matematicamente** una generica istanza I di LB, una soluzione ammissibile ed il suo costo (il **MakeSpan**), e quindi la funzione obiettivo che si intende minimizzare.
2. Si descriva rigorosamente un algoritmo ALG polinomiale basato su un opportuno approccio *greedy* che ottenga nel **worst-case** una **2-approssimazione** rispetto al costo ottimo.
3. La dimostrazione della proprietà di approssimazione di ALG utilizza un lower bound che assume valori razionali (cioè in \mathbb{Q}) basato sul valore del **Load medio di una macchina**: enunciare rigorosamente questo lower bound e darne una dimostrazione sintetica.