

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 27 giugno 2016

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n)$ ,  $f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{\frac{1}{22}n}$ ,  $\frac{n\sqrt[4]{n^8+8}}{n+\sqrt{n+8}}$ ,  $n\sqrt[50]{n^{49}+50}$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^2}{\log n^{22}}$ ,  $\frac{n^2+212}{\log \log n}$ ,  $\frac{n^2+\sqrt{n}}{\log^{22} n}$ ,  $2^{22\sqrt{\log n}}$ ,  $n^2 + n^{1.5} \log^{1.5} n$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-2) + n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 2T_2(n/8) + \log^2 n + \sqrt[3]{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $V[1 : n]$  un vettore ordinato di  $n$  elementi in cui  $V[i] \in \{1, 2\}$ , per ogni  $i = 1, \dots, n$ . Progettare un algoritmo che, dato un intero non negativo  $h$ , trova se esiste un indice  $i$  tale che la somma dei primi  $i$  elementi di  $V$  è  $h$ , ovvero,  $\sum_{j=1}^i V[j] = h$ . L'algoritmo deve avere complessità  $o(n)$ .

## Esercizio 3 [13 punti]

Si vuole illuminare una pista ciclabile di  $n$  tratte. In ogni tratta è possibile, volendo, installare un lampione. Se installato sulla tratta  $i$ , un lampione è in grado di illuminare la tratta  $i$  e le due tratte immediatamente precedenti e immediatamente successive  $i$  (ovvero le tratte  $i-2$  e  $i-1$ , se esistono, e le tratte  $i+1$  e  $i+2$ , se esistono). Il costo di installazione, però, non è uniforme. Più precisamente, installare un lampione nella tratta  $i$  costa  $c_i$ . Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che trova il costo minimo con cui è possibile illuminare l'intera pista ciclabile, ovvero il costo di una soluzione migliore possibile in cui ogni tratta è illuminata da almeno un lampione.