

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)  
Testo della prova scritta del 26 settembre 2016  
docenti: Gualà, Scornavacca

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** (*una storia romantica di amore contrastato*)

Romeo e Giulietta si amano e vogliono incontrarsi il prima possibile ma l'amore, si sa, è una cosa difficile. Il mondo in cui vivono è modellato come un grafo non orientato e pesato  $G = (V, E, w)$  in cui ad ogni arco  $e \in E$  è associato un peso  $w(e)$ . Romeo vive in  $s \in V$  mentre Giulietta in  $t \in V$ . Gli archi del grafo, che possono essere utilizzati per muoversi da un nodo verso un suo vicino, possono essere di due tipi, e quindi  $E$  è partizionato in due insiemi  $E_A$  e  $E_B$ . Gli archi in  $E_A$  sono relative a tratte che possono essere percorse soltanto in aereo (la compagnia che gestisce i voli è la Montecchi Airlines), mentre gli archi in  $E_B$  sono tratte percorribili solo in bus (corse erogate dalla Capuleti Transporti S.p.a.). In ogni caso il peso di un arco rappresenta il tempo di percorrenza della tratta. Ora, Romeo e Giulietta possono muoversi *contemporaneamente* nel grafo e possono incontrarsi in un qualunque nodo. Però, come in tutti gli amori contrastati che si rispettino, c'è un problema: Romeo soffre di mal d'auto e non può prendere i bus, mentre Giulietta ha paura di volare. Che fare? Riuscite ad aiutarli?

Progettate un algoritmo (il più efficiente possibile) che calcoli le strade che i nostri eroi devono seguire per incontrarsi il prima possibile.

**Esercizio 2** Siamo nel 1939 e Charlie Chaplin ha invaso una nazione confinante: la Polonia. Le truppe di Chaplin sono penetrate nella nazione e ora c'è il problema di mandare rifornimenti ai soldati (munizioni, cibo, ...). Chaplin ha una mappa della Polonia costituita da un insieme  $R$  di regioni e sa che tra due regioni  $i$  ed  $j$  adiacenti possono passare da  $i$  a  $j$  una quantità  $s_{i,j}$  di rifornimenti (si noti che in generale  $s_{i,j} \neq s_{j,i}$ ). I rifornimenti possono partire da un sottoinsieme  $S \subset R$  di regioni che sono in grado di produrne in quantità illimitata. Per motivi logistici, comunque, in ogni regione  $i \in R$  possono transitare al più  $m_i$  rifornimenti totali.

Per vincere la guerra Chaplin deve rifornire un sottoinsieme strategico di  $q$  regioni  $R' = \{i_1, i_2, \dots, i_q\}$ , dove ogni regione  $i_j \in R'$  ha bisogno di  $h_j$  rifornimenti,  $j = 1, \dots, q$ . Progettare un algoritmo che determini se Chaplin riuscirà a vincere la guerra.

*Una domanda bonus:* qualora Chaplin non riuscisse a vincere la guerra, il generale ha ancora un asso nella manica: può infatti paracadutare  $c$  rifornimenti su una regione a sua scelta. Dare un algoritmo che decide se questa nuova possibilità strategica è sufficiente a fargli vincere la guerra.