

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 26 settembre 2016
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $n^3 \log^2 n$, $\frac{n^2 \sqrt{n^3+7}}{\sqrt{n+3 \log^3 n}}$, $n^2 \sqrt{n} + n^3$, 2^n , $\frac{n^3}{\log n^{33}}$, $\frac{n^3+313}{\log \log n}$, 3^{3n} , 3^n , $n^{2.999}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1\left(\frac{9}{10}n\right) + n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = T_2(n-1) + T_2(n-2) + 1, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia T un albero binario di n nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo v contiene le seguenti informazioni: un puntatore $p(v)$ al padre, due puntatori $s(v)$ e $d(v)$ rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, un campo valore $val(v) \geq 0$, e un campo $col(v) \in \{B, N\}$ che indica il colore del nodo (*bianco* o *nero*). Progettare un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, dato T restituisca il numero di nodi che la cui somma dei valori degli antenati bianchi è uguale alla somma dei valori degli antenati neri. Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

Esercizio 3 [13 punti]

Il prof. Gualà è preoccupato per la sua reputazione: sembra ormai ufficiale che la prof.ssa Di Ianni bocci agli esami più di quanto faccia lui. Ha quindi deciso, usando le sue competenze algoritmiche, di prendere dei provvedimenti per i prossimi n appelli che verranno. Sa che ad ogni appello può preparare compiti scritti di diversa difficoltà: facile, medio, difficile. Per ogni appello $i = 1, \dots, n$, il prof. Gualà stima che il numero di bocciati saranno f_i, m_i o d_i se assegnerà uno scritto rispettivamente facile, medio, o difficile, con $f_i \leq m_i \leq d_i$. Deve però stare attento, perché se esagerasse i rappresentanti degli studenti lo dipingerebbero come un tiranno insensibile e ingiusto e quindi la sua reputazione crollerebbe. Deve quindi attenersi ai seguenti vincoli: se in un certo appello assegna un compito difficile, allora nei successivi tre (se ci sono)¹ lo scritto deve essere facile. Uno scritto medio deve sempre essere seguito (se c'è un appello successivo) da uno scritto facile.

Progettate un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli la strategia migliore per il prof. Gualà, ovvero il modo migliore di assegnare gli scritti negli appelli al fine di massimizzare il numero di bocciati.

¹Per esempio il prof. Gualà può assegnare uno scritto difficile nell'ultimo appello, e state pur certi che per il suo interesse, se gli conviene, lo farà.