

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 26 giugno 2019

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n)$ ,  $f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{n+\sqrt{n}}$ ,  $\frac{n^3 \log n}{\sqrt{n^4+n(n^2+1)}}$ ,  $\frac{n}{4} + n \log n$ ,  $2^n$ ,  $n \log \log n$ ,  $n\sqrt{\log n}$ ,  $\frac{n^2+1}{n^{0.99}-1}$ ,  $2^{n \log n}$ ,  $\sqrt{1+n^2 \log \log n}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + \frac{n}{3}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 64T_2(n/8) + n^2 + \sqrt{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $T$  un albero binario di  $n$  nodi in cui ogni nodo può essere di colore *bianco* o di colore *nero*. Si assuma che  $T$  è rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo  $v$  contiene le seguenti informazioni: il colore del nodo  $c(v) \in \{B, N\}$  e due puntatori  $s(v)$  e  $d(v)$  rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro. Diciamo che un nodo è a *discendenza bianca* se almeno la metà dei suoi discendenti è di colore bianco. Si progetti un algoritmo con complessità temporale  $O(n)$  che calcoli il numero dei nodi a discendenza bianca di  $T$ . Si richiede inoltre che l'algoritmo non usi variabili globali. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato.

## Esercizio 3 [10 punti]

- (a) A partire da un albero AVL vuoto, si mostrino le modifiche apportate all'albero in seguito ai seguenti inserimenti: 20, 10, 15, 30, 40, 25. Si cancelli poi il nodo con chiave 20. Si dica, infine, motivando la risposta, se l'albero ottenuto è un albero di Fibonacci.

- (b) Si consideri il grafo in figura e si esegua una visita in profondità a partire dal nodo A. Nel selezionare il prossimo nodo da visitare si dia precedenza ai nodi in ordine lessicografico. Si indichino i tempi di inizio e fine visita di ogni nodo e l'albero di visita risultante.

