

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)  
 Testo della prova scritta del 24 luglio 2015  
 docenti: Gualà, Pasquale

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Il prof. Gualà e il prof. Pasquale devono andare insieme ad un concerto e vogliono spendere il meno possibile per arrivarci. La rete stradale cittadina è modellata da un grafo  $G$  non diretto di  $n$  nodi e  $m$  archi, in cui ad ogni arco  $(u, v)$  è associato un peso  $w(u, v) \geq 0$  che rappresenta il costo per spostarsi dal nodo  $u$  al nodo  $v$  (e viceversa). Il concerto si trova nel nodo  $t$ , mentre il prof. Gualà e il prof. Pasquale sono rispettivamente nei nodi  $s_1$  e  $s_2$ . Entrambi hanno una macchina con cui spostarsi ma, per risparmiare, potrebbero incontrarsi a metà strada, lasciare una delle due macchine (per cui potenzialmente potrebbero dover pagare il parcheggio) e poi andare al concerto insieme con l'altra macchina. Sia  $c(v)$  il costo di lasciare una macchina parcheggiata nel nodo  $v$ . Il luogo che ospita il concerto è attrezzato con un enorme parcheggio gratuito, per cui  $c(t) = 0$ . Si progetti un algoritmo il più efficiente possibile che calcoli la strategia complessivamente più economica per andare al concerto, ovvero la strategia che minimizzi il costo totale dello spostamento più il costo eventuale del parcheggio.

**Esercizio 2** Nella rete di flusso in Figura 1 le etichette sugli archi indicano le coppie *flusso/capacità* (per esempio, l'etichetta 11/12 sull'arco  $(s, a)$  indica che l'arco ha una capacità pari a 12 unità e il flusso passante sull'arco è pari a 11 unità).

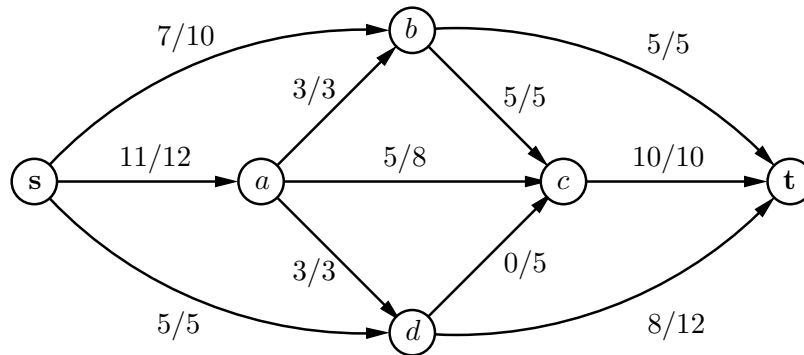


Figura 1: Rete di flusso

- (a) Disegnare il grafo residuo;
- (b) Dire se il flusso da  $s$  a  $t$  rappresentato in figura è massimo, motivando la risposta.

**Esercizio 3** Considerare il seguente *linear program*

$$\begin{aligned}
 & \max && -6x_1 + 3x_2 + 8x_3 \\
 (\mathcal{P}) \quad & \text{subject to} && -2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -1 \\
 & && x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\
 & && x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) Scrivere il duale del linear program  $(\mathcal{P})$ ;
- (b) Dire se la soluzione  $(x_1, x_2, x_3) = (6/5, 0, 7/5)$  è ottima per  $(\mathcal{P})$ , motivando la risposta.