

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 24 luglio 2015

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n)$, $f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{5n} , $\frac{n^2\sqrt{n^3+5}}{\sqrt{n+5}}$, $n^3 + \sqrt{n} \log^5 n$, 2^n , $\frac{n^3+5}{\log n}$, $\frac{n^3+5n^2}{\log \log n}$, $n^{\log n}$, $\frac{5n^{10}-\log n}{5}$, $\frac{n^3}{\sqrt{\log n}}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n-2) + 3;$$

$$T_2(n) = 64T_2(n/2) + n^5\sqrt{n};$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia T un albero AVL di n nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo v contiene le seguenti informazioni: la chiave del nodo $c(v)$, un puntatore $p(v)$ al padre, due puntatori $s(v)$ e $d(v)$ rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, e un campo $size(v)$ che contiene il numero di nodi del sottoalbero di T radicato in v . Progettare un algoritmo con complessità temporale $O(\log n)$ che, dato T e dato un valore x , restituisca il numero di nodi di T che hanno chiave maggiore o uguale di x . Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

Esercizio 3 [13 punti]

In una strada del centro ci sono n stalli sui cui potete collocare delle attività commerciali. Potete scegliere attività di due tipi, di tipo A e di tipo B. Intuitivamente, l'attività di tipo B vi permette di guadagnare di più ma ha dei vincoli legislativi più stringenti. In particolare, se decidete di collocare un'attività di tipo B nello stallo i , dovete lasciare liberi gli stalli $i-1$ e $i+1$, su cui quindi non potete collocare nessuna attività, né di tipo A né di tipo B. L'attività di tipo A, invece, essenzialmente non ha vincoli (se non quello chiaramente di non poter essere adiacente ad un'attività di tipo B). Il vostro obiettivo è ovviamente quello di fare più soldi possibile. A tale fine avete fatto una ricerca di mercato e sapete che collocare un'attività di tipo A nello stallo i vi farebbe guadagnare a_i , mentre una di tipo B vi farebbe guadagnare b_i (con $b_i \geq a_i$). Progettate un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il guadagno massimo che potete ottenere dalla strada del centro.