

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 24 luglio 2015

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n)$ ,  $f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{5n}$ ,  $\frac{n^2\sqrt{n^3+5}}{\sqrt{n+5}}$ ,  $n^3 + \sqrt{n} \log^5 n$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^3+5}{\log n}$ ,  $\frac{n^3+5n^2}{\log \log n}$ ,  $n^{\log n}$ ,  $\frac{5n^{10}-\log n}{5}$ ,  $\frac{n^3}{\sqrt{\log n}}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n-2) + 3;$$

$$T_2(n) = 64T_2(n/2) + n^5\sqrt{n};$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $T$  un albero AVL di  $n$  nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo  $v$  contiene le seguenti informazioni: la chiave del nodo  $c(v)$ , un puntatore  $p(v)$  al padre, due puntatori  $s(v)$  e  $d(v)$  rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, e un campo  $size(v)$  che contiene il numero di nodi del sottoalbero di  $T$  radicato in  $v$ . Progettare un algoritmo con complessità temporale  $O(\log n)$  che, dato  $T$  e dato un valore  $x$ , restituisca il numero di nodi di  $T$  che hanno chiave maggiore o uguale di  $x$ . Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

## Esercizio 3 [13 punti]

In una strada del centro ci sono  $n$  stalli sui cui potete collocare delle attività commerciali. Potete scegliere attività di due tipi, di tipo A e di tipo B. Intuitivamente, l'attività di tipo B vi permette di guadagnare di più ma ha dei vincoli legislativi più stringenti. In particolare, se decidete di collocare un'attività di tipo B nello stallo  $i$ , dovete lasciare liberi gli stalli  $i-1$  e  $i+1$ , su cui quindi non potete collocare nessuna attività, né di tipo A né di tipo B. L'attività di tipo A, invece, essenzialmente non ha vincoli (se non quello chiaramente di non poter essere adiacente ad un'attività di tipo B). Il vostro obiettivo è ovviamente quello di fare più soldi possibile. A tale fine avete fatto una ricerca di mercato e sapete che collocare un'attività di tipo A nello stallo  $i$  vi farebbe guadagnare  $a_i$ , mentre una di tipo B vi farebbe guadagnare  $b_i$  (con  $b_i \geq a_i$ ). Progettate un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il guadagno massimo che potete ottenere dalla strada del centro.