

ALGORITMI E STRUTTURE DI DATI
II MODULO
PROVA SCRITTA del 24/02/2020

Cognome:

Nome:

Matricola:

Esercizio 1. Minimum Spanning Tree (MST) e Cammini di un grafo pesato. Si consideri un grafo pesato connesso $(G=(V,E), c)$ (pesi positivi e tutti distinti), ed un arco specifico $e=(u,v)$ e si valuti il seguente enunciato: SE vi sono 100 cammini distinti in $G=(V,E)$ che collegano u e v ma nessuno di essi è fatto di *tutti e soli* archi di costo strettamente inferiore a $c(e)$ ALLORA l'arco e fa sicuramente parte di un MST di G .

1) L'enunciato è falso? Se SI, disegnare in modo chiaro un *controesempio* qui sotto (6 pts).

2) Se l'enunciato fosse vero, fornire una dimostrazione rigorosa basandosi sulle proprietà degli MST (10 pts)

ESERCIZIO 2 (2-Apx per Load Balancing). Si consideri il problema *Load Balancing (LB)*: assegnare un insieme di tasks ad un insieme di macchine identiche in modo da minimizzare il massimo carico (*MakeSpan*) delle macchine.

1. Si definisca rigorosamente una generica istanza **I** di **LB**, una soluzione ammissibile ed il suo costo (il *MakeSpan*), e quindi la funzione obiettivo che si intende minimizzare (5 pts).
2. Si descriva in modo chiaro un algoritmo **ALG** polinomiale basato su approccio *greedy* che ottenga nel *worst-case* una *2-approssimazione* rispetto al costo ottimo (5 pts).
3. La dimostrazione dell'approssimazione di ALG utilizza un *lower bound* su $\text{OPT}(\mathbf{I})$: enunciare rigorosamente questo lower bound e darne una dimostrazione sintetica (6 pts).