

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 23 giugno 2017

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $n^3 \log \log n$, $\frac{n^2 \sqrt{n^3+7}}{\sqrt{n+3 \log^3 n}}$, $n^2 \sqrt{n} + n^3$, 2^n , $\frac{n^3}{\log n^{33}}$, $\frac{n^3+313}{\log n}$, 3^{3n} , 3^n , $n^{3.00001}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1\left(\frac{7}{8}n\right) + n, \quad T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = T_2(n-1) + T_2(n-2) + 1, \quad T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia dato un vettore $V[1 : n]$ di n numeri. Progettare un algoritmo che in tempo $O(n)$ costruisca una struttura dati che sia in grado di rispondere in tempo $O(\log n)$ a query del seguente tipo:

- **query**(x): restituisce il più piccolo indice $i \in \{1, \dots, n\}$ tale che x è minore o uguale del massimo dei primi i elementi di V , ovvero $x \leq \max_{j=1, \dots, i} V[j]$. Nel caso in cui tale indice non esiste, ritorna $n + 1$.

Esercizio 3 [13 punti]

Nel corridoio del museo di Tor VerLouvre ci sono n vani, ognuno dei quali ospita un quadro. Si vogliono installare delle telecamere per controllare gli n quadri del corridoio. In corrispondenza di ogni vano i , è possibile installare una telecamera e regolarne il raggio di azione $r \in \{0, \dots, n-1\}$. Una telecamera installata nel vano i con raggio di azione r è in grado di controllare i quadri presenti dal vano i al vano $i+r$ e costa (in termini di consumo energetico) $c_{i,r}$. Si assuma che per ogni i , il costo $c_{i,r}$ è crescente al crescere del raggio r .

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che, presa in input la matrice dei costi $c_{i,r}$, calcola il costo minimo necessario per controllare gli n quadri del corridoio.