

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 23 giugno 2017

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $n^3 \log \log n$ ,  $\frac{n^2 \sqrt{n^3+7}}{\sqrt{n+3 \log^3 n}}$ ,  $n^2 \sqrt{n} + n^3$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^3}{\log n^{33}}$ ,  $\frac{n^3+313}{\log n}$ ,  $3^{3n}$ ,  $3^n$ ,  $n^{3.00001}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1\left(\frac{7}{8}n\right) + n, \quad T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = T_2(n-1) + T_2(n-2) + 1, \quad T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia dato un vettore  $V[1 : n]$  di  $n$  numeri. Progettare un algoritmo che in tempo  $O(n)$  costruisca una struttura dati che sia in grado di rispondere in tempo  $O(\log n)$  a query del seguente tipo:

- **query**( $x$ ): restituisce il più piccolo indice  $i \in \{1, \dots, n\}$  tale che  $x$  è minore o uguale del massimo dei primi  $i$  elementi di  $V$ , ovvero  $x \leq \max_{j=1, \dots, i} V[j]$ . Nel caso in cui tale indice non esiste, ritorna  $n + 1$ .

## Esercizio 3 [13 punti]

Nel corridoio del museo di Tor VerLouvre ci sono  $n$  vani, ognuno dei quali ospita un quadro. Si vogliono installare delle telecamere per controllare gli  $n$  quadri del corridoio. In corrispondenza di ogni vano  $i$ , è possibile installare una telecamera e regolarne il raggio di azione  $r \in \{0, \dots, n-1\}$ . Una telecamera installata nel vano  $i$  con raggio di azione  $r$  è in grado di controllare i quadri presenti dal vano  $i$  al vano  $i+r$  e costa (in termini di consumo energetico)  $c_{i,r}$ . Si assuma che per ogni  $i$ , il costo  $c_{i,r}$  è crescente al crescere del raggio  $r$ .

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che, presa in input la matrice dei costi  $c_{i,r}$ , calcola il costo minimo necessario per controllare gli  $n$  quadri del corridoio.