

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 20 febbraio 2017
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{n+5} , $\frac{n^2+5}{\log \log n}$, $n\sqrt{n} \log^5 n + n^2$, 2^n , $n \log^6 n$, $\frac{(n+5)\sqrt[3]{\log^5 n + n^6}}{n^{0.5}\sqrt{5n+6}}$, $\frac{n^2+5}{\log^2 n}$, $2^{\frac{n}{5}}$, $\frac{n^2+5}{\log n}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n^2 \log n, \quad T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 16 T_2(n/2) + n\sqrt[3]{n} + n^4, \quad T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia data una matrice M $n \times n$ dove ogni cella della matrice può contenere il valore 0 o 1. Progettare un algoritmo che in tempo $O(n^2)$ costruisca una struttura dati che sia in grado di rispondere in tempo costante a query del seguente tipo:

- **query**(i, j): restituisce la posizione dell'1 più vicino alla posizione (i, j) che si trova o sulla colonna j o sulla riga i . Più formalmente, restituisce $\arg \min_{(i', j') | i'=i \vee j'=j} (|i - i'| + |j - j'|)$. Nel caso in cui non ci siano uni né sulla riga i , né sulla colonna j , ritorna (\perp, \perp)

Esercizio 3 [13 punti]

Sia data una scacchiera rettangolare $1 \times n$ di n celle. Su ogni cella i è possibile posizionare una pedina nera ottenendo n_i punti, oppure una pedina bianca ottenendo b_i punti con $b_i \geq n_i$. Un piazzamento di pedine si dice *indipendente* se per ogni coppia di celle adiacenti almeno una delle due è vuota. Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che trova un piazzamento indipendente di punteggio massimo, sapendo di avere a disposizione n pedine nere e solo una pedina bianca.