

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 19 giugno 2018

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n)$ ,  $f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{\frac{1}{3}n}$ ,  $\frac{n\sqrt[4]{n^8+8}}{n+\sqrt{n+8}}$ ,  $n\sqrt[50]{n^{49}+50}$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^2}{\log n^3}$ ,  $\frac{n^2+313}{\log \log n}$ ,  $\frac{n^2+\sqrt{n}}{\log^3 n}$ ,  $2^{3\sqrt{\log n}}$ ,  $n^2 + n^{1.5} \log^{3.5} n$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + \sqrt{n}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 5T_2(n/5) + n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $V[1 : n]$  un vettore di  $n$  numeri non negativi. Costruire in tempo  $O(n \log n)$  un *oracolo* (struttura dati), in grado di rispondere in tempo  $O(\log n)$  a *query* (domande) del seguente tipo:

- **Circa**( $x, \delta$ ): dato un numero positivo  $x$  e  $\delta > 0$ , restituisce il numero di elementi di  $V$  compresi fra  $x - \delta$  e  $x + \delta$ .

## Esercizio 3 [12 punti]

Vi siete comprati una macchina elettrica che ha una batteria di  $\Delta$  unità di energia. La vostra città è modellata come un grafo non pesato e non diretto  $G = (V, E)$  di  $n$  nodi e  $m$  archi. Siete sul nodo  $s$  e volete raggiungere il nodo  $t$ . Ogni arco che attraversate consuma una unità della batteria. In alcuni nodi, diciamo nell'insieme  $U \subseteq V$ , è possibile ricaricare completamente la batteria. Progettate un algoritmo che vi dica se è possibile raggiungere  $t$  da  $s$ . L'algoritmo deve avere complessità temporale  $O(nm)$ , meglio ancora se è  $O(|U|m)$ .