Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 19 febbraio 2019 docente: Luciano Gualà

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n)$, $f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono:
$$2^{3n}$$
, $\frac{n\sqrt[4]{n^8+8}}{n+\sqrt{n+8}}$, $n\sqrt[30]{n^{30}+30}$, 2^n , $\frac{n^2}{\log\sqrt{n}}$, $\frac{n^2+313}{\sqrt{\log n}}$, $\frac{n^2+\sqrt{n}}{\log n}$, $2^{3\sqrt{\log n}}$, $n^{1.5}\log^{3.5}n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + \log^2 n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 49T_2(n/7) + n\log^2 n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia T un albero binario di n nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo v contiene le seguenti informazioni: il valore del nodo k(v) e due puntatori s(v) e d(v) rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro. La profondità di un nodo v è la distanza, misurata come numero di archi, del cammino dalla radice a v. Il livello i di i è l'insieme di nodi che hanno tutti profondità i. Si progetti un algoritmo con complessità temporale O(n) che calcoli se esiste un livello la cui somma dei valori dei nodi è almeno un certo valore target (preso in input) Δ . Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [12 punti]

Sia G = (V, E) un grafo orientato e non pesato, e siano s e t due nodi, e si assuma che t non è raggiungibile da s in G. Avete a disposizione una mossa, una sola. La mossa consiste nel prendere un arco di G e cambiargli orientamento. Progettare un algoritmo efficiente che trova, se esiste, una mossa dopo la quale t e diventato raggiungibile da s.