

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 18 settembre 2018
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n)$, $f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{3n} , $\frac{n\sqrt[4]{n^8+8}}{n+\sqrt{n+8}}$, $n\sqrt[30]{n^{30}+30}$, 2^n , $\frac{n^2}{\log \sqrt{n}}$, $\frac{n^2+313}{\sqrt{\log n}}$, $\frac{n^2+\sqrt{n}}{\log n}$, $2^{3\sqrt{\log n}}$, $n^{1.5} \log^{3.5} n$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + 10, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = T_2(n/5) + \sqrt{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia T un albero binario di n nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo v contiene le seguenti informazioni: il valore del nodo $k(v)$ e due puntatori $s(v)$ e $d(v)$ rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro. Diciamo che un nodo è *speciale* se il suo discendente di valore massimo ha un valore che è uguale al valore del suo antenato di valore massimo¹. Progettare un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, preso T , restituisca il numero di nodi speciali di T . Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [12 punti]

Sia $G = (V, E, w)$ un grafo diretto con n nodi ed m archi dove, ad ogni arco $e \in E$, è associato un peso $w(e) \geq 1$. Siano inoltre s e t due nodi di G . Il *costo* di un cammino è la somma dei pesi degli archi che lo costituiscono. Si progetti un algoritmo che calcoli, fra tutti i cammini di costo minimo da s a t , quello che ha il più piccolo numero di archi.

¹Si ricorda che gli antenati di un nodo v in un albero sono tutti i nodi lungo il cammino da v alla radice, v compreso, mentre i discendenti sono tutti i nodi nel sottoalbero radicato in v , v compreso.