

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)
Testo della prova scritta del 18 giugno 2014
docenti: Gualà, Di Ianni, Clementi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 Una sequenza di interi a_1, a_2, \dots, a_k si dice *appuntita* se esiste un indice $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ tale che la sequenza x_1, x_2, \dots, x_i è (strettamente) crescente e la sequenza x_i, x_{i+1}, \dots, x_k è (strettamente) decrescente. Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato in cui ad ogni nodo v è associato un *valore* intero $h(v)$. Progettare un algoritmo che, dato G e due nodi s e t , calcoli il cammino più corto da s a t i cui valori dei nodi del cammino, considerati s a t , siano una sequenza appuntita. La lunghezza di un cammino è misurata come numero di archi del cammino. L'algoritmo deve avere complessità lineare nella dimensione del grafo.

Esercizio 2 Sia $C = \{C_1, \dots, C_n\}$ l'insieme dei corsi impartiti in un Corso di Laurea, ciascuno insegnato da un docente distinto (ossia, nel Corso di Laurea insegnano n docenti). Per $i = 1, \dots, n$, la durata del corso C_i è di d_i ore; indichiamo con $D = \{d_1, \dots, d_n\}$ l'insieme delle durate dei corsi.

I corsi vengono impartiti nell'insieme di giorni $G = \{g_1, \dots, g_k\}$, per 4 ore al giorno.

Ciascun docente può richiedere di non essere impegnato in alcune ore di taluni giorni: ad esempio, il docente del corso di Algoritmi richiede di non tenere le sue lezioni il né il giorno g_1 alla seconda ora, né il giorno g_4 alla terza ora. Formalmente, questo viene espresso associando al docente D_i , $1 \leq i \leq n$, un insieme L_i di coppie: se $(g_j, o_h) \in L_i$, allora il docente del corso C_i non può tenere le sue lezioni il giorno $g_j \in G$ all'ora $o_h \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Una sola aula è a disposizione del Corso di Laurea.

Un *orario* è una assegnazione $o : G \times \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow C$ che specifica in quali giorni e ore è insegnato ciascun corso.

Un orario è *ammissibile* se rispetta i vincoli seguenti:

- le richieste di ogni docente (espresse tramite gli insiemi L_i) vengono rispettate;
- in ciascuna ora di ciascun giorno, l'aula è assegnata ad al più un corso;
- per $i = 1, \dots, n$, al corso C_i sono assegnate esattamente d_i ore.

Definire un algoritmo polinomiale che, dati C , D e $\{L_i : 1 \leq i \leq n\}$, determina se esiste un orario ammissibile e, in caso affermativo, lo restituisce. Presentare anche l'analisi di complessità dell'algoritmo proposto.