

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
 Testo della prova scritta del 16 luglio 2019
 docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{n+10} , $\frac{n^2+10}{\log \log n}$, $n^2 + n\sqrt{n} \log n$, 2^n , $n \log^6 n$, $\frac{(n+10)\sqrt[3]{\log^6 n + n^6}}{n^{0.5}\sqrt{10n+6}}$, $\frac{n^2+10}{\log^2 n}$, $2^{\frac{n}{10}}$, $\frac{n^2+10}{\log n}$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n - 5) + 5, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 64T_2(n/2) + \frac{n^6 + \sqrt{n}}{\sqrt[6]{n}}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia $A[1 : n]$ un vettore di n elementi. Un generico elemento di A è una coppia (v, c) , dove v è un numero che chiameremo il valore dell'elemento e $c \in \{R, B\}$ è il colore dell'elemento, diciamo *rosso*, o *blu*. Gli elementi di A sono ordinati rispetto al valore. Diremo che un generico elemento in posizione i è *speciale* se il suo colore è rosso, oppure se il valore del primo elemento di colore rosso che si incontra a sinistra di i (scorrendo il vettore da i indietro verso l'elemento in posizione 1) sommato al valore di dell'elemento in posizione i è pari.

Si vuole processare A in modo da costruisce in tempo $O(n)$ un *oracolo* (ovvero una struttura dati) che sia in grado di rispondere in tempo $O(\log n)$ alla seguente domanda:

- **EsisteSpeciale(x)**: dato un valore x , la procedura deve tornare VERO se c'è un elemento speciale in A di valore x ; FALSO altrimenti.

Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo che costruisce l'oracolo e di quello che, dato l'oracolo, risponde ad una generica domanda.

Esercizio 3 [10 punti]

(a) A partire da un heap binomiale vuoto, si mostrino le modifiche apportate all'heap in seguito ai seguenti inserimenti: 20, 10, 15, 30, 40, 25. Si esegua poi un'operazione di cancellazione del minimo e successivamente la cancellazione dell'elemento con chiave 40.

(b) Si consideri il grafo in figura e si esegua una visita in profondità a partire dal nodo E. Nel selezionare il prossimo nodo da visitare si dia precedenza ai nodi in ordine lessicografico. Si indichino i tempi di inizio e fine visita di ogni nodo e l'albero di visita risultante.

