

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)  
Testo della prova scritta del 16 giugno 2015  
docenti: Gualà, Pasquale

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Sia  $G$  un grafo non diretto di  $n$  nodi e  $m$  archi, in cui ad ogni arco  $(u, v)$  è associato un peso  $w(u, v) \geq 0$  che rappresenta il costo per spostarsi dal nodo  $u$  al nodo  $v$  (e viceversa). Il grafo modella una rete stradale cittadina. Voi siete su un nodo  $s$  e dovete andare a trovare un vostro amico che si trova nel nodo  $t$ . E' il suo compleanno e, prima di andare da lui, dovete passare a comprare un regalo. Sapete cosa comprare ma non sapete ancora dove. Per ogni nodo  $v$  del grafo conoscete se in  $v$  è presente un negozio che vende ciò che vi serve e anche il prezzo  $c(v)$  a cui potete acquistarlo (se in  $v$  non potete comprare il regalo vale  $c(v) = +\infty$ ). Progettare un algoritmo il più efficiente possibile che calcoli il modo più economico per andare alla festa, ovvero il modo che minimizza il costo complessivo dello spostamento più il costo del regalo.

**Esercizio 2** Consideriamo un alfabeto  $A$  con otto simboli, per esempio  $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ , e le frequenze nella tabella sottostante

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
1/54	1/54	2/54	3/54	5/54	8/54	13/54	21/54

Figura 1: Frequenze

- (a) Simulare l'esecuzione dell'algoritmo di Huffman con input le frequenze in Figura 1 e scrivere il codice  $\gamma : A \rightarrow \{0, 1\}^*$  che si ottiene.
- (b) Le frequenze in Figura 1 sono proporzionali ai primi otto numeri di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. Come è fatto l'albero costruito dall'algoritmo di Huffman se in input c'è un alfabeto di  $n$  simboli in cui le frequenze sono proporzionali ai primi  $n$  numeri di Fibonacci<sup>1</sup>? Perché?

---

<sup>1</sup>I numeri di Fibonacci  $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$  sono definiti ricorsivamente come segue

$$F_1 = F_2 = 1 \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ per } n \geq 3$$