

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 16 febbraio 2015
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{n+10} , $\frac{n^2+10}{\log \log n}$, $n^2 + n\sqrt{n} \log n$, 2^n , $n \log^6 n$, $\frac{(n+10)\sqrt[3]{\log^6 n + n^6}}{n^{0.5}\sqrt{10n+6}}$, $\frac{n^2+10}{\log^2 n}$, $2^{\frac{n}{10}}$, $\frac{n^2+10}{\log n}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n \log n;$$

$$T_2(n) = 16 T_2(n/2) + n^3 \sqrt{n};$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Siano dati due vettori $A[1:n]$ e $B[1:n]$ di n numeri positivi. Il vettore A è ordinato in maniera non-decrescente mentre il vettore B è ordinato in modo non-crescente. Progettare un algoritmo che presi in input A, B ed un valore $\delta > 0$ calcoli l'intervallo massimale di indici per cui gli elementi dei due vettori differiscono di al più δ . Più formalmente si vuole trovare l'intervallo $[i, j]$ tale che valga: $k \in [i, j]$ se e solo se $|A[k] - B[k]| \leq \delta$. L'algoritmo deve avere complessità $o(n)$.

Esercizio 3 [13 punti]

Il prof. Gualà è in ufficio e deve necessariamente rimanere sveglio per le prossime n ore (indicizzate da 1 ad n). Per non addormentarsi, all'inizio di ogni ora, può scegliere di prendere un caffè. Esistono due tipi di caffè: (i) il caffè *ristretto* costa r euro e tiene sveglio per 2 ore (quella corrente e quella successiva), (ii) il caffè *lungo* costa ℓ euro, con $\ell > r$ e tiene svegli per 4 ore consecutive (quella corrente e le successive tre). Inoltre, in alcune ore, il prof. Gualà è impegnato in riunioni importanti (e noiose) e non può procurarsi il caffè. In particolare, poniamo $b_i = 1$ se è prevista una riunione nell' i -esima ora, e $b_i = 0$ altrimenti. Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che, presi in input il numero di ore n , i costi dei caffè r ed ℓ ed i valori di b_i , calcoli quando e quali caffè deve comprare il prof. Gualà in modo da spendere il meno possibile senza addormentarsi.