

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)  
Testo della prova scritta del 16 febbraio 2015  
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

**Esercizio 1 [10 punti]**

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{n+10}$ ,  $\frac{n^2+10}{\log \log n}$ ,  $n^2 + n\sqrt{n} \log n$ ,  $2^n$ ,  $n \log^6 n$ ,  $\frac{(n+10)\sqrt[3]{\log^6 n + n^6}}{n^{0.5}\sqrt{10n+6}}$ ,  $\frac{n^2+10}{\log^2 n}$ ,  $2^{\frac{n}{10}}$ ,  $\frac{n^2+10}{\log n}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n-1) + n \log n;$$

$$T_2(n) = 16 T_2(n/2) + n^3 \sqrt{n};$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Siano dati due vettori  $A[1:n]$  e  $B[1:n]$  di  $n$  numeri positivi. Il vettore  $A$  è ordinato in maniera non-decrescente mentre il vettore  $B$  è ordinato in modo non-crescente. Progettare un algoritmo che presi in input  $A, B$  ed un valore  $\delta > 0$  calcoli l'intervallo massimale di indici per cui gli elementi dei due vettori differiscono di al più  $\delta$ . Più formalmente si vuole trovare l'intervallo  $[i, j]$  tale che valga:  $k \in [i, j]$  se e solo se  $|A[k] - B[k]| \leq \delta$ . L'algoritmo deve avere complessità  $o(n)$ .

**Esercizio 3 [13 punti]**

Il prof. Gualà è in ufficio e deve necessariamente rimanere sveglio per le prossime  $n$  ore (indicizzate da 1 ad  $n$ ). Per non addormentarsi, all'inizio di ogni ora, può scegliere di prendere un caffè. Esistono due tipi di caffè: (i) il caffè *ristretto* costa  $r$  euro e tiene sveglio per 2 ore (quella corrente e quella successiva), (ii) il caffè *lungo* costa  $\ell$  euro, con  $\ell > r$  e tiene svegli per 4 ore consecutive (quella corrente e le successive tre). Inoltre, in alcune ore, il prof. Gualà è impegnato in riunioni importanti (e noiose) e non può procurarsi il caffè. In particolare, poniamo  $b_i = 1$  se è prevista una riunione nell' $i$ -esima ora, e  $b_i = 0$  altrimenti. Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che, presi in input il numero di ore  $n$ , i costi dei caffè  $r$  ed  $\ell$  ed i valori di  $b_i$ , calcoli quando e quali caffè deve comprare il prof. Gualà in modo da spendere il meno possibile senza addormentarsi.