

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)
Testo della prova scritta del 12 febbraio 2018
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: $2^{n+\sqrt{n}}$, $\frac{n^3 \log n}{\sqrt{n^4+n(n^2+1)}}$, $\frac{n}{4} + n \log n$, 2^n , $n \log \log n$, $n\sqrt{\log n}$, $\frac{n^2+1}{n^{0.99}-1}$, $2^{n \log n}$, $\sqrt{1+n^2 \log \log n}$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n-2) + 3, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 3T_2(n/2) + n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Siano $A[1:n]$ e $B[1:n]$ due vettori di n numeri, e $K[1:n]$ un vettore di interi non negativi. Si progetti un algoritmo che in tempo $O(n)$ calcoli il numero di indici i per cui la somma dei primi i elementi di A è uguale alla somma dei primi $i + K[i]$ elementi di B .¹

Esercizio 3 [13 punti]

Vi chiedono di giocare al seguente gioco. Potete piazzare delle pedine su una scacchiera $1 \times n$. Avete a disposizione pedine dei seguenti tre colori, elencati dal più *chiaro* al più *scuro*: bianco, grigio e nero. Piazzare una pedina nella posizione i vi fa guadagnare b_i se la pedina è bianca, g_i se la pedina è grigia, n_i se è nera. Avete i seguenti vincoli:

- se piazzate due pedine adiacenti, diciamo in posizione i e $i+1$, allora la pedina in posizione i deve essere più chiara di quella in posizione $i+1$;
- se in una certa posizione i non avete piazzato pedine, allora nella posizione $i+1$ potete piazzare una pedina di un qualsiasi colore;
- la prima pedina da sinistra che piazzate deve essere bianca;

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcola il massimo punteggio ottenibile.

¹Se $i + K[i]$ supera n , allora i primi $i + K[i]$ elementi di B sono assunti essere *tutti* gli elementi di B .