

Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)  
Testo della prova scritta dell'11 settembre 2018  
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

**Esercizio 1 [10 punti]**

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{\frac{1}{2}n}$ ,  $\frac{n^{2.5} + n\sqrt{\log n}}{n + \sqrt{n^2 + 12}}$ ,  $n(\sqrt{n} + 1)$ ,  $2^n$ ,  $\frac{n^2}{\log^2 n}$ ,  $\frac{n^2 + 12}{\log n + \log \log n}$ ,  $2^{n+30}$ ,  $\frac{n^2 + \sqrt{n}}{\log n^3}$ ,  $70n + n \log n$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n - 2) + n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 25 T_2(n/5) + n^2, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Lungo la Route 666 ci sono  $n$  case infestate da fantasmi, dove la casa  $i$ -esima si trova al chilometro  $k_i$ . Un'agenzia di viaggi specializzata in fenomeni paranormali mette a disposizione  $m$  diversi viaggi, dove il  $j$ -esimo viaggio comincia al chilometro  $x_j$  e termina al chilometro  $y_j$  e consente di visitare tutte le case infestate che si incontrano lungo il viaggio. Voi potete fare un solo viaggio e volete scegliere quello che vi consente di visitare il numero più alto di case infestate. Progettate un algoritmo con complessità  $o(nm)$  che seleziona il miglior viaggio per voi.

**Esercizio 3 [12 punti]**

Sia  $G = (V, E, w)$  un grafo diretto con  $n$  nodi ed  $m$  archi dove, ad ogni arco  $e \in E$ , è associato un peso positivo  $w(e)$ . Siano inoltre  $s$  e  $t$  due nodi di  $G$ . Costruire in tempo  $O(m + n \log n)$  un *oracolo* (struttura dati), in grado di rispondere in tempo costante a *query* (domande) del seguente tipo:

- **AumentaG**( $u, v, x$ ): restituire la distanza da  $s$  a  $t$  nel grafo  $G'$  ottenuto da  $G$  aggiungendo l'arco (diretto)  $(u, v)$  di peso  $x$ .