

# Algoritmi e Strutture Dati (modulo I)

Testo della prova scritta del 10 luglio 2017

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $3^{\frac{33}{32}n}$ ,  $\frac{n^2(n+1)}{\sqrt{n^4-1}}$ ,  $\sqrt[3]{n} \log n$ ,  $3^n$ ,  $n\sqrt[3]{\log n}$ ,  $\frac{3^3 n \log n - 3}{3}$ ,  $\sqrt[3]{n} \log^3 n$ ,  $\sqrt{3^n}$ ,  $3n \log \log^3 n$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n} + \log n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 2T_2(n-1) + T_2(n-2) + 1, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $T$  un albero binario di  $n$  nodi rappresentato tramite una struttura dati collegata in cui il record di un nodo  $v$  contiene le seguenti informazioni: un puntatore  $p(v)$  al padre, due puntatori  $s(v)$  e  $d(v)$  rispettivamente al figlio sinistro e al figlio destro, e un campo  $col(v) \in \{B, N\}$  che indica il colore del nodo (bianco o nero). Progettare un algoritmo con complessità temporale  $O(n)$  che, dato  $T$ , restituisca il numero di nodi la cui profondità è almeno il triplo del numero degli antenati bianchi.<sup>1</sup> Si fornisca lo pseudocodice dell'algoritmo.

## Esercizio 3 [13 punti]

State progettando una vacanza intergalattica con la vostra astronave e dovete fare  $n$  viaggi. La vostra astronave può volare in quattro diverse modalità ( $A, B, C$  e  $D$ ). Effettuare il viaggio  $i$ -esimo nella modalità  $x \in \{A, B, C, D\}$  ha un costo  $c_{i,x}$ . Una volta scelta una modalità per un viaggio non è possibile cambiarla in volo. Però alla fine di ogni viaggio potete decidere di riconfigurare l'astronave e cambiare modalità. Il cambio di modalità ha un costo di riassetto che conoscete. In particolare, per ogni  $x, y \in \{A, B, C, D\}$ , sia  $\delta_{x,y}$  il costo per passare dalla modalità  $x$  alla modalità  $y$ . Si assuma che  $\delta_{x,x} = 0$  per ogni  $x$ . Per ragioni tecniche dovete partire per il primo viaggio con l'astronave in modalità  $A$  e arrivare a destinazione (dopo gli  $n$  viaggi) in modalità  $C$  o  $D$ .

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcola il costo di una vacanza di costo minimo.

---

<sup>1</sup>Si ricorda che gli antenati di un nodo  $v$  sono tutti i nodi lungo il cammino che va da  $v$  alla radice,  $v$  compreso.