

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo II)

Testo della prova scritta del 27 settembre 2013

docenti: Luciano Gualà e Giorgio Gambosi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 Mago Merlino è stato rinchiuso in un labirinto che può essere modellato come un grafo non diretto e non pesato $G = (V, E)$ di n nodi e m archi. Lui si trova su un nodo $s \in V$ mentre l'uscita (che lo porterebbe alla salvezza) si trova sul nodo $t \in V$. Mago Merlino può muoversi sul grafo attraversando gli archi. Ogni arco può essere attraversato (in entrambe le direzioni) in esattamente un minuto di tempo. L'obiettivo è quello di calcolare (velocemente) la strada che porta più velocemente Merlino all'uscita. A rendere il problema più intrigante, è la presenza nel grafo di un sottoinsieme $P \subseteq V$ di k nodi speciali chiamati porte spaziotemporali. Le porte spaziotemporali sono numerate, da 1 a k . Merlino può entrare in una porta i , scomparire e ricomparire, in una qualsiasi porta j con $j > i$ a suo piacimento. Fare questo vuol dire fare un salto spaziotemporale. Per ognuna delle seguenti due varianti del problema si progetti un algoritmo che calcoli la strategia di uscita più veloce per Merlino.

Variante A Merlino può fare tutti i salti spaziotemporali che vuole, ma il tempo necessario a scomparire e ricomparire dipende dalla porta di ingresso e uscita. Più precisamente, entrare dalla porta i e uscire dalla porta j (con $j > i$) gli richiede $c_{i,j}$ minuti. Chiaramente i valori $c_{i,j}$, per ogni i e $j > i$ sono noti a Merlino e quindi fanno parte dell'input.

Variante B Ogni salto spaziotemporale costa esattamente un minuto, ma i poteri magici di Merlino sono limitati e lui può farne soltanto due.

Esercizio 2 Vi è stato chiesto di produrre l'orario settimanale delle lezioni di tutti i corsi di studi della macro-area di Scienze. Sia $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ l'insieme dei corsi offerti e sia $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ l'insieme delle aule disponibili. Ogni aula è disponibile per 6 ore nell'arco di una giornata. Per ogni corso c_i sia s_i il numero di studenti iscritti e sia h_i il numero di ore di lezione nella settimana. Per ogni aula a_j sia p_j il numero di posti disponibili nell'aula. Un orario è una assegnazione di corsi a coppie (aula-ora) tale che:

1. ogni aula, ad una certa ora, è assegnata ad al più un corso
2. ogni corso, ad una certa ora, è assegnato ad al più un'aula
3. a_j può essere assegnata a c_i se e solo se è sufficientemente grande (quindi se $s_i \leq p_j$)
4. ogni corso c_i è assegnato in totale a h_i coppie (aula-ora) diverse

Si definisca un algoritmo in grado di fornire un orario, se esiste, nell'ipotesi $h_i = 1, i = 1, \dots, n$ (ogni corso ha una sola ora di lezione alla settimana), determinando come l'insieme dei vincoli si semplifichi.

Se possibile, inoltre, si consideri il caso generale, con h_i qualunque.