

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo II)

Testo della prova scritta del 13 giugno 2013

docenti: Luciano Gualà e Giorgio Gambosi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 (*cammini minimi in grafi pesati su nodi e archi*)

Sia $G = (V, E)$ un grafo non diretto, e siano date due funzioni peso $c : V \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$ e $w : E \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$ che associano valori non negativi rispettivamente ai nodi e agli archi di G . Definiamo il *costo* di un cammino $v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_k$ in G fra v_0 e v_k come la somma dei pesi dei nodi e degli archi del cammino, ovvero $\sum_{i=0}^k c(v_i) + \sum_{i=1}^k w(v_{i-1}, v_i)$.

Progettare un algoritmo che, dato G e due nodi s e t , calcola un cammino fra s e t di costo minimo. Si argomenta sulla correttezza dell'algoritmo e sulla sua complessità temporale.

Esercizio 2 (*assegnazione di turni in cucina*) Siano dati n studenti $I = \{i_1, \dots, i_n\}$ che condividono l'unica cucina di un alloggio comune: per accordo comune, ogni sera uno degli studenti cucina per tutti. Si vogliono assegnare, se possibile, i turni di cucina per le prossime $m \geq n$ sere $S = \{s_1, \dots, s_m\}$, tenendo conto che:

- ogni studente i_k ($1 \leq k \leq n$) è disposto a cucinare per al più $c_k \geq 1$ sere, tra le m in questione
- a causa dei vari impegni, per ogni studente i_k è definito un insieme di sere $S_k \subset S$ in cui è libero, e può quindi cucinare; chiaramente, $|S_k| \geq c_k$.

Una assegnazione ammissibile di turni associa ad ogni studente i_k un insieme \hat{S}_k di sere in cui cucinare, in modo tale che:

1. $\hat{S}_k \subseteq S_k$, quindi uno studente ha turni assegnati soltanto per sere in cui è libero
2. $|\hat{S}_k| \leq c_k$, quindi uno studente non ha assegnati più turni di quanti sia disponibile a coprire
3. $\hat{S}_k \cap \hat{S}_j = \emptyset$ per $j \neq k$, quindi studenti diversi non hanno assegnato lo stesso turno
4. $\bigcup_{k=1}^n \hat{S}_k = S$, quindi tutte le sere sono coperte.

Definire un algoritmo che, dati n, m, c_k e S_k per $1 \leq k \leq n$, determina se esiste una assegnazione ammissibile di turni e, nel caso, la restituisce. Fornire una valutazione della complessità dell'algoritmo.