

# Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 6 febbraio 2014

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

## Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni  $f_i(n), f_{i+1}(n)$  adiacenti nell'ordinamento si specifichi se  $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$  o se  $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$ .

Le funzioni sono:  $2^{2n}$ ,  $\frac{\log n + n^{3.5} \sqrt[3]{n^6 + 696}}{n(n+2)^2 + 2\sqrt{n}}$ ,  $n^2 \sqrt{n + 96}$ ,  $2^n$ ,  $n^{2.5} \log \sqrt{n + 9}$ ,  $\frac{\log^6 n + n^{2.6}}{\log n}$ ,  $n^{2.5} \log^{2.5} \log n$ ,  $2^{n + \log \log n}$ ,  $n^2 \sqrt{n \log n}$ .

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi,  $A_1$  e  $A_2$  le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n - 10) + \sqrt{n}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 16 T_2(n/2) + n^{3.5} \log^{3.5} n + \sqrt[3]{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

**Esercizio 2 [12 punti]** Sia  $V[1 : n]$  un vettore di  $n$  numeri positivi (distinti) ordinato in modo crescente. Dato  $\alpha > 1$ , progettare un algoritmo che restituisca una coppia di indici  $i, j$  che massimizza  $j - i$  e tale che  $V[j] \leq \alpha V[i]$ . Per esempio, se  $\alpha = 3$ , e  $V = [1, 3, 5, 6, 10, 12, 20, 38]$ , la soluzione ottima è  $i = 3$  e  $j = 6$ . La complessità temporale dell'algoritmo deve essere  $o(n^2)$ .

*Avvertenza:* La valutazione dipenderà anche dall'efficienza della soluzione proposta.

**Esercizio 3 [13 punti]** Il signor Valter Bianchi, fuorviato da una recente serie TV americana, ha deciso di fare soldi vendendo cristalli non proprio legali. Ha a disposizione una quantità iniziale  $\Delta$  di cristalli, e conosce  $n$  potenziali compratori. Il compratore  $i$  vuole esattamente  $x_i$  cristalli ed è disposto a pagare  $p_i$ . Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il massimo guadagno ottenibile dal signore Valter Bianchi. L'algoritmo deve avere complessità temporale  $O(n\Delta)$ .