

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 6 febbraio 2014

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

- (a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica. Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^{2n} , $\frac{\log n + n^{3.5} \sqrt[3]{n^6 + 696}}{n(n+2)^2 + 2\sqrt{n}}$, $n^2 \sqrt{n + 96}$, 2^n , $n^{2.5} \log \sqrt{n + 9}$, $\frac{\log^6 n + n^{2.6}}{\log n}$, $n^{2.5} \log^{2.5} \log n$, $2^{n + \log \log n}$, $n^2 \sqrt{n \log n}$.

- (b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = T_1(n - 10) + \sqrt{n}, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 16 T_2(n/2) + n^{3.5} \log^{3.5} n + \sqrt[3]{n}, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia $V[1 : n]$ un vettore di n numeri positivi (distinti) ordinato in modo crescente. Dato $\alpha > 1$, progettare un algoritmo che restituisca una coppia di indici i, j che massimizza $j - i$ e tale che $V[j] \leq \alpha V[i]$. Per esempio, se $\alpha = 3$, e $V = [1, 3, 5, 6, 10, 12, 20, 38]$, la soluzione ottima è $i = 3$ e $j = 6$. La complessità temporale dell'algoritmo deve essere $o(n^2)$.

Avvertenza: La valutazione dipenderà anche dall'efficienza della soluzione proposta.

Esercizio 3 [13 punti] Il signor Valter Bianchi, fuorviato da una recente serie TV americana, ha deciso di fare soldi vendendo cristalli non proprio legali. Ha a disposizione una quantità iniziale Δ di cristalli, e conosce n potenziali compratori. Il compratore i vuole esattamente x_i cristalli ed è disposto a pagare p_i . Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli il massimo guadagno ottenibile dal signore Valter Bianchi. L'algoritmo deve avere complessità temporale $O(n\Delta)$.