

# Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo II)

Testo della prova scritta del 2 aprile 2014

docenti: Luciano Gualà e Giorgio Gambosi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Una rete di computer è modellata come un grafo pesato  $G = (V, E, w)$ , dove ogni nodo è un server, e ogni arco un link di comunicazione (bidirezionale) su cui è possibile mandare pacchetti. Il peso  $w(u, v)$  di un arco  $(u, v) \in E$  rappresenta il costo per far transitare un file di 1 Gigabyte dal server  $u$  al server  $v$  (o viceversa) lungo il link. Ora, voi possedete un sottoinsieme dei server della rete, diciamo  $T \subseteq V$ , e avete bisogno di un file (di dimensione 1 Gigabyte) che si trova su un insieme di server  $S \subseteq V$ ,  $S \cap T = \emptyset$  (c'è una copia di questo file su ogni server in  $S$ ). Voi volete portare il file su uno qualsiasi dei vostri server (per voi è indifferente quale) e dovete scaricare l'intero file da una sola fonte. Se decidete di prendere il file dal server  $s \in S$  e portarlo su un vostro server  $t \in T$ , dovete scegliere un cammino da  $s$  a  $t$  in  $G$  su cui trasferire il file (il costo del trasferimento è chiaramente uguale alla somma dei pesi degli archi del cammino scelto). Una complicazione in più che avete è legata al fatto che oltre il costo del trasferimento dovete anche pagare un costo per accedere al server che ospita inizialmente il file, che dipende dal nodo da cui prendete il file. Per ogni nodo  $s \in S$ , sia  $c(s)$  tale costo di accesso.

Progettare un algoritmo per calcolare il miglior cammino su cui effettuare il trasferimento. L'algoritmo deve avere complessità  $O(m + n \log n)$ , dove  $n$  ed  $m$  sono rispettivamente il numero di nodi e archi di  $G$ . E' possibile progettare un algoritmo più efficiente nel caso in cui i pesi degli archi sono tutti uguali?

**Esercizio 2** Si consideri una rete di comunicazione di tipo multicast, rappresentata da un grafo  $G = (V, E)$ , in cui un nodo trasmettitore  $v \in V$  invia informazioni a un insieme  $R \subseteq V - \{v\}$  di nodi ricevitori. In generale, è possibile impedire la comunicazione da  $v$  a tutti i nodi in  $R$  eliminando un opportuno insieme di archi in  $E$ , in modo da far sì che non esista alcun cammino da  $v$  ad un qualunque nodo  $u \in R$ . Individuare un algoritmo polinomiale che restituisca un intero pari al minimo numero di archi di  $E$  che è necessario eliminare per impedire la comunicazione da  $v$  a  $R$ .