

1. Calcolare la tabella dei numeri primi $p < 200$.
2. Fattorizzare come prodotto di numeri primi i seguenti numeri: 100, 10!, 101, 1001, 10001 e il coefficiente binomiale $\binom{50}{25}$.
3. (Numeri di Mersenne). Per ogni numero naturale n , si definisce l'ennesimo numero di Mersenne come $M_n = 2^n - 1$.
 - (a) Fattorizzare M_n per $1 \leq n \leq 12$;
 - (b) Dimostrare: se M_n è primo, allora n è primo;
 - (c) Far vedere che il viceversa di (b) non vale;
 (si veda <http://mathworld.wolfram.com/MersenneNumber.html>)
4. (Numeri di Fermat) Per ogni numero naturale n , si definisce l'ennesimo numero di Fermat come $F_n = 2^{2^n} + 1$;
 - (a) Dimostrare: se $2^m + 1$ è primo, allora m è potenza di 2;
 - (b) Far vedere che F_n è primo per $1 \leq n \leq 4$;
 (si veda <http://mathworld.wolfram.com/FermatNumber.html>)
5. Siano n ed A interi positivi. Supponiamo che $\frac{A}{n}$ sia "sufficientemente piccolo". Verificare che la percentuale di numeri primi nell'intervallo $[n - A, n + A]$ è circa $\frac{1}{\ln n}$, dove $\ln n$ indica il logaritmo in base e di n .
6. Sia n un numero di 100 cifre decimali. Stimare la percentuale di numeri primi in un intervallo $[n - A, n + A]$, con A numero di 50 cifre.
7. Verificare che per $n = 10^8$ ed $A = 150000$ l'intervallo $[n, n + A]$ contiene circa 8142 numeri primi.
8. Siano $B = 2$ e $B = 3$. Chi sono i numeri 2-smooth e i numeri 3-smooth? Elencare i primi 10 numeri 2-smooth e i primi 15 numeri 3-smooth. Verificare che sono infiniti e che crescendo si diradano.
9. Sia $B = 6$. Chi sono i numeri B -smooth? Elencare i primi 15 numeri 6-smooth.
10. Sia B un intero positivo fissato. Siano n ed A interi con $\frac{A}{n}$ "sufficientemente piccolo". Verificare che la percentuale di numeri B -smooth nell'intervallo $[n - A, n + A]$ è data approssimativamente da u^{-u} , dove u è determinato dalla condizione $n^{1/u} = B$.
11. Sia $B = 1000$ e sia $A = 10^{10}$. Stimare la percentuale di interi B -smooth compresi nell'intervallo $[10^{20} - A, 10^{20} + A]$.
12. Sia n un numero di 100 cifre decimali e sia B un numero di 10 cifre. Stimare la percentuale di interi B -smooth in un intervallo $[n - A, n + A]$, con A numero di 50 cifre.
13. [PC, Es.1.68] Verificare che ci sono esattamente 35084 numeri 4-smooth minori di 10^{100} .