GEOMETRIA 2 Ingegneria Meccanica L.S. (Geatti) 2° esonero Roma 17 febbraio 2005, 14:00–16:00.

COGNOME .... *NOME* ....

Inserire le risposte negli spazi predisposti, accompagnandole con *spiegazioni chiare ed essenziali.*
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Ogni esercizio vale 7,5 punti.

1. Sia S la superficie in $\mathbf{R}^3$ data da $S(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2+u^4 \end{pmatrix}$, $u, v \in \mathbf{R}$.
   (i) Determinare 3 punti su S; verificare che $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in S$ e determinare il piano tangente ad S in P.
   (ii) Calcolare la prima e la seconda forma fondamentale di S in P e dire di che punto si tratta.
   (iii) Fare un disegno approssimativo di S.

2. Sia S la superficie in $\mathbf{R}^3$ data da $S(u,v) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ u+u^2 \end{pmatrix}$, $u, v \in \mathbf{R}$.
   (i) Verificare che S è una superficie rigata sviluppabile.
   (ii) Di quale tipo di superficie rigata sviluppabile si tratta?
   (iii) Quanto vale la curvatura gaussiana di S?

3. Sia $\gamma(t)$ la curva di Beziér del piano con poligono di controllo dato dai punti

$$\mathbf{b}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

   (i) Disegnare la regione delpiano entro la quale è racchiusa la curva.
   (ii) Determinare 3 punti di γ.
   (iii) Determinare $\gamma'(1/2)$ con l'algoritmo di De Casteljau (impostare i passaggi ed eventualmente eseguire i calcoli).

4. Sia $\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}_1 \cup \tilde{\gamma}_2 \colon [0,1] \cup [1,2] \longrightarrow \mathbf{R}^2$ la cubica di Bézier composta con poligono di controllo $\mathbf{b}_0$, $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$, $\mathbf{b}_4$, $\mathbf{b}_5$, $\mathbf{b}_6$. Supponiamo che $\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$. Determinare se la curva è C^0, G^1, C^1.