

1. Siano $z = 2 + 2i$ e $w = 2i$.
 - (i) Calcolare $(z - w)^2$, $2z^2 + 1/w$, $z^{-1} + \bar{w}$, $|z + 3w|^2$. Dare la risposta nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.
 - (ii) Calcolare la parte reale e la parte immaginaria di zw , z^{-1} e \bar{w}^2 .
 - (iii) Calcolare $\text{Arg}(z)$, $\text{Arg}(zw)$, $\text{Arg}(z/\bar{z})$ ed $\text{Arg}(z^2)$.
2. Sia $a = \frac{1}{2} + i\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Calcolare $|a|$, $\text{Arg}(a)$, a^2 , a^3 , a^{100} .
3. Risolvere le seguenti equazioni in \mathbf{C} :
 - (i) $4z^3 + iz = 0$,
 - (ii) $z^6 - 1 = 0$,
 - (iii) $z^4 + z^2 + 1 = 0$.
4. Disegnare i seguenti insiemi di numeri complessi
 - (i) $z = -\bar{z}$,
 - (ii) $\text{Arg}(z) = 0$,
 - (iii) $|z| = 2$,
 - (iv) $|z| = \bar{z}$,
 - (v) $1 < |z| < 3$,
 - (vi) $1 < |z - 2i| < 2$
 - (vii) $\text{Re}((1 - i)\bar{z}) \geq -1$.
5. Dimostrare che per ogni $\varphi \in \mathbf{R}$:
$$\begin{aligned}\cos(5\varphi) &= \cos^5(\varphi) - 10\cos^3(\varphi)\text{sen}^2(\varphi) + 5\cos(\varphi)\text{sen}^4(\varphi), \\ \text{sen}(5\varphi) &= 5\cos^4(\varphi)\text{sen}(\varphi) - 10\cos^2(\varphi)\text{sen}^3(\varphi) + \text{sen}^5(\varphi).\end{aligned}$$
6. (*Disuguaglianza triangolare*) Dimostrare: per ogni $z, w \in \mathbf{C}$ si ha
 - (i) $|z + w| \leq |z| + |w|$,
 - (ii) $|z - w| \geq |z| - |w|$,
 - (iii) $|z - w| \geq |w| - |z|$.