1. Sia dato il paraboloide $\mathbf{S} = \{ \begin{pmatrix} u \\ v \\ 2u^2 + 3v^2 \end{pmatrix} \mid u, v \in \mathbf{R} \}$.
   (a) Determinare la prima e la seconda forma fondamentale di $\mathbf{S}$ al variare di (u, v).
   (b) Verificare che in tutti i punti di $\mathbf{S}$ la seconda forma fondamentale di $\mathbf{S}$ è definita positiva.
   (c) Determinare il coseno dell'angolo formato dalle curve $S(t, 0) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 2t^2 \end{pmatrix}$ e $S(s, s) = \begin{pmatrix} s \\ s \\ 5s^2 \end{pmatrix}$ nel punto $P = \mathbf{S}(0, 0) \in \mathbf{S}$.
   (d) Determinare la curvatura normale di tali curve nel punto $P = \mathbf{S}(0, 0)$.

2. Sia $\mathbf{S}$ l'iperboloide a una falda ottenuto ruotando la curva $\mathbf{S} = \{ \begin{pmatrix} \cosh t \\ 0 \\ \sinh t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbf{R} \}$ intorno all'asse x_3.
   (a) Determinare la prima e la seconda forma fondamentale di $\mathbf{S}$ al variare di (t, θ).
   (b) Verificare che in tutti i punti di $\mathbf{S}$ la seconda forma fondamentale di $\mathbf{S}$ è indefinita.

3. Sia data la superficie $S = \{ \begin{pmatrix} 2\cos u \\ 2\sin u \\ v \end{pmatrix} \mid u \in [0, 2\pi],\ v \in \mathbf{R} \}$. Verificare che in ogni punto di $\mathbf{S}$ la seconda forma fondamentale è semidefinita.

4. Sia $\mathbf{S}$ la superficie dello spazio ottenuta ruotando la retta del piano (x_2, x_3) data da $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$, con $t \in \mathbf{R}$. Determinata una parametrizzazione di tale superficie, verificare che la seconda forma fondamentale di $\mathbf{S}$ è semidefinita.