

1. Sia dato il paraboloido  $S = \left\{ \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2 + v^2 \end{pmatrix} \mid u, v \in \mathbf{R} \right\}$ .
  - (a) Determinare tre punti distinti su  $S$ .
  - (b) Verificare che i punti  $P = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  ed  $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  appartengono ad  $S$ .
  - (c) Determinare il piano tangente ad  $S$  in  $P$ , il piano tangente ad  $S$  in  $Q$  ed il piano tangente ad  $S$  in  $R$ .
  - (d) Determinare vettori normali a tali piani.
  - (e) Scrivere un piano normale ad  $S$  in  $P$  (A piacere. Quanti ce ne sono???), un piano normale ad  $S$  in  $Q$  ed un piano normale ad  $S$  in  $R$ .
  
2. Sia data la superficie  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \cos u \\ 2 \sin u \\ v \end{pmatrix} \mid u \in [0, 2\pi], v \in \mathbf{R} \right\}$ .
  - (a) Disegnare la superficie  $S$ . Che cos'è???
  - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.
  - (c) Verificare che il punto  $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  appartiene ad  $S$ . Per quali valori di  $u, v$ ?
  - (d) Determinare il piano tangente ad  $S$  in  $P$ .
  
3. Sia  $S$  la superficie dello spazio ottenuta ruotando la retta del piano  $(x_2, x_3)$  data da  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$ , con  $t \in \mathbf{R}$ . Determinare una parametrizzazione di tale superficie. Che cos'è???
  
4. Sia data la superficie  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \cosh u \\ 2 \sinh u \\ v \end{pmatrix} \mid u, v \in \mathbf{R} \right\}$ .
  - (a) Disegnare la superficie  $S$ . Che cos'è???
  - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.
  
5. Sia  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $t \in [a, b]$ , una curva del piano  $(x_1, x_2)$ .
  - (a) Disegnare la superficie  $S = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \\ v \end{pmatrix} \mid t \in [a, b], v \in \mathbf{R} \right\}$ . Che cos'è???
  - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.
  
6. Sia  $S$  la superficie dello spazio ottenuta ruotando la retta del piano  $(x_2, x_3)$  data da  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$ , con  $t \in \mathbf{R}$ . Determinare una parametrizzazione di tale superficie. Che cos'è???