

1. Sia dato il paraboloide $S = \left\{ \begin{pmatrix} u \\ v \\ u^2 + v^2 \end{pmatrix} \mid u, v \in \mathbf{R} \right\}$.
 - (a) Determinare tre punti distinti su S .
 - (b) Verificare che i punti $P = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ed $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartengono ad S .
 - (c) Determinare il piano tangente ad S in P , il piano tangente ad S in Q ed il piano tangente ad S in R .
 - (d) Determinare vettori normali a tali piani.
 - (e) Scrivere un piano normale ad S in P (A piacere. Quanti ce ne sono???), un piano normale ad S in Q ed un piano normale ad S in R .

2. Sia data la superficie $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \cos u \\ 2 \sin u \\ v \end{pmatrix} \mid u \in [0, 2\pi], v \in \mathbf{R} \right\}$.
 - (a) Disegnare la superficie S . Che cos'è???
 - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.
 - (c) Verificare che il punto $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene ad S . Per quali valori di u, v ?
 - (d) Determinare il piano tangente ad S in P .

3. Sia S la superficie dello spazio ottenuta ruotando la retta del piano (x_2, x_3) data da $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$, con $t \in \mathbf{R}$. Determinare una parametrizzazione di tale superficie. Che cos'è???

4. Sia data la superficie $S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \cosh u \\ 2 \sinh u \\ v \end{pmatrix} \mid u, v \in \mathbf{R} \right\}$.
 - (a) Disegnare la superficie S . Che cos'è???
 - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.

5. Sia $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \\ 0 \end{pmatrix}$, con $t \in [a, b]$, una curva del piano (x_1, x_2) .
 - (a) Disegnare la superficie $S = \left\{ \begin{pmatrix} \gamma_1(t) \\ \gamma_2(t) \\ v \end{pmatrix} \mid t \in [a, b], v \in \mathbf{R} \right\}$. Che cos'è???
 - (b) Verificare che la superficie è regolare in ogni punto.

6. Sia S la superficie dello spazio ottenuta ruotando la retta del piano (x_2, x_3) data da $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$, con $t \in \mathbf{R}$. Determinare una parametrizzazione di tale superficie. Che cos'è???