

ESERCIZI 3

1. In \mathbb{R}^3 si considerino i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(i) Determinare la dimensione di $W = \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$ e una sua base.

(ii) Dire se il vettore $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene a W .

2. In \mathbb{R}^4 , rispetto alla base canonica $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, considerare i vettori $v_1 = e_1 - e_2 + 2e_4$, $v_2 = e_2 - e_3$, $v_3 = 2e_1 - e_3 + 4e_4$.

(i) Determinare la dimensione di $W = \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$.

(ii) Determinare equazione parametriche e cartesiane per W .

3. In \mathbb{R}^4 , sia

$$U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 - x_2 + x_3 = 0, x_4 = 0\}$$

e $W = \text{span}\{v_1, v_2\}$, dove $v_1 = (1, 1, 1, 1)$ e $v_2 = (0, 1, 0, 1)$.

(i) Determinare una base per U , W , $U \cup W$ e $U + W$.

(ii) Determinare equazione cartesiane e parametriche per U , W , $U + W$ e $U \cap W$.

4. In \mathbb{R}^4 , sia

$$U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, -x_1 + x_4 = 0\}$$

e $W = \text{span}\{v_1, v_2\}$, dove $v_1 = (1, 1, 2, 0)$ e $v_2 = (-2, 0, 0, 1)$.

(i) Determinare equazioni parametriche per U e cartesiane per W .

(ii) Dimostrare che $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$.

5. In \mathbb{R}^3 si consideri, al variare del parametro reale $s \in \mathbb{R}^3$, il sottospazio

$$W_s = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3s \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2s \\ s-1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s+1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

(i) Determinare per quali parametri s , $W_s = \mathbb{R}^3$.

(ii) Determinare una base di W_0 e una di W_1 .

(iii) Determinare equazioni parametriche e cartesiane di $W_0 \cap W_1$.