ESERCIZI 2

1. Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

verificare che $\mathrm{rg}(A) = \mathrm{rg}(B) = 3$ e dunque concludere che sia A, B e AB hanno inverso. Calcolare l'inverso di A, B e AB.

2. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'esistenza del inverso della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & \alpha \end{pmatrix}$$

e anche calcolare l'inverso (nel caso di esistenza).

3.

(i) Sia A una matrice invertibile. Dimostrare che per ogni numero k naturale A^k è invertibile.

(ii) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 2 & 8 & 27 \end{pmatrix},$$

trovare il rango di A^{10}.

4. Dire per quali valori $t \in \mathbb{R}^3$ la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ -1 & t & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

è invertibile. Calcolare in questo caso A^{-1}.