

Tutorato II (11/03/2002)

(Serie di potenze)

- Esercizio 1.** 1. Espandere $\frac{2z+3}{z+1}$ in serie di potenze di $z - 1$. Qual è il raggio di convergenza?
2. Espandere $(1 - z)^{-m}$ con $m > 0$ in serie di potenze di z .

Esercizio 2. Trovare il raggio di convergenza delle seguenti serie di potenze

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$
2. $\sum_{n=0}^{\infty} n! z^n$
3. $\sum_{n=0}^{\infty} n! z^{n!}$
4. $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$
5. $\sum_{n=0}^{\infty} n^n z^{n^2}$

Esercizio 3. Studiare la convergenza delle seguenti serie:

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(1+i)^{n+1}}$;
2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n(n+1)}$;
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n\sqrt{n+1}}$.

Quanto vale la somma delle serie (1) ?

Esercizio 4. Data la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ con raggio di convergenza R , calcolare il raggio di convergenza delle seguenti serie:

- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 z^n$;
- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{2n}$;
- $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 z^{2n}$.