

3. Serie di potenze.

1. Determinare il raggio di convergenza delle serie

$$\sum_n n!z^n \quad \sum_n \frac{z^n}{n!} \quad \sum_n n!z^{n!} \quad \sum_n z^{n!} \quad \sum_n n^n z^{n^2}$$

2. Determinare il raggio di convergenza delle serie

$$\sum_n \frac{z^n}{n(n+1)} \quad \sum_n \frac{z^n}{n\sqrt{n+1}}$$

Dove convergono uniformemente? Cosa si puo' dire delle serie derivate?

2. Date le serie

$$\sum_n z^n \quad \sum_n \frac{(z+i)^n}{(1+i)^{n+1}}$$

dire dove convergono e confrontare le loro somme.

4. Determinare dominio di convergenza e somma della serie

$$1 + z + z^2 + z^4 + z^6 + z^8 + \dots$$

5. Sia $\sum_n a_n z^n$ una serie con raggio di convergenza R , calcolare il raggio di convergenza delle serie

$$\sum_n a_n^2 z^n \quad \sum_n a_n z^{2n} \quad \sum_n a_n^2 z^{2n}$$

6. Sia $\sum_n a_n z^n$ una serie con raggio di convergenza R , e sia $\sum_n b_n z^n$ una serie per cui vale

$$|b_n| < n^2 |a_n|, \quad \forall n.$$

Far vedere che anche $\sum_n b_n z^n$ converge assolutamente per ogni z , con $|z| < R$.