1. Siano U, V connessi per archi e sia $H_1(U \cup V) = 0$. Allora $U \cap V$ è connesso. Esempio: Siano A e B sottospazi chiusi disgiunti di uno spazio X, con $H_1(X) = 0$. Allora, se $X \setminus A$ e $X \setminus B$ sono connessi per archi, allora anche $X \setminus A \cup B$ connesso per archi.

2. Sia $U \cap V$ connesso per archi con $H_1(U \cap V) = 0$. Allora $H_1(U \cup V)$ è isomorfo alla somma diretta di $H_1(U)$ e $H_1(V)$.

3. Siano U, V connessi per archi con $H_1(U) = H_1(V) = 0$. Se $U \cap V$ ha $m \geq 1$ componenti connesse, allora $H_1(U \cup V)$ è un gruppo abeliano libero con $m - 1$ generatori.
   Calcolare $H_1(\mathbf{R}^2 \setminus \{P_1, \ldots, P_k\})$, dove $P_1, \ldots, P_k$ sono punti del piano.

4. Hatcher, esercizio 28, pag.157; esercizio 31, pag.158.