

---

*COGNOME* .....*NOME* .....

Inserire le risposte negli spazi predisposti. Spiegare in modo chiaro e sintetico quali principi vengono usati nell'ottenere le risposte.

---

1. *Calcolare i gruppi di omologia simpliciale della bottiglia di Klein  $K$ , rispetto ad una  $\Delta$ -struttura a piacere.*

2. *Dimostrare che sulla sfera  $n$ -dimensionale  $S^n$  esistono campi vettoriali tangenti mai nulli se e solo se  $n$  è dispari.*

3. Data la successione esatta di gruppi abeliani

$$A \xrightarrow{\alpha} B \xrightarrow{\beta} C \xrightarrow{\gamma} D \xrightarrow{\delta} E,$$

verificare che

$$C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \alpha \text{ suriettiva} \\ \delta \text{ iniettiva.} \end{cases}$$

4. Calcolare i gruppi di omologia singolare  $H_k(S^n, G)$  della sfera  $n$ -dimensionale a coefficienti in un gruppo abeliano  $G$  (supponendo di conoscerne i gruppi di omologia singolare).