

1. Verificare che la bottiglia di Klein è omeomorfa alla somma connessa di due piani proiettivi: trasformare il poligono etichettato $aba^{-1}b$ in un poligono etichettato c^2d^2 .
2. Classificare tutte le possibili superfici compatte che si possono ottenere da un esagono, identificando i lati a due a due.
3. Sia C una corona circolare chiusa in \mathbf{R}^2 , con la topologia indotta. Che superfici si ottengono identificando la circonferenza interna e quella esterna nei due modi possibili?
4. Determinare quali superfici si ottengono identificando a due a due i lati di un poligono etichettato come segue

$$abcd d^{-1} a^{-1} b^{-1} c^{-1}, \quad abcd a^{-1} b^{-1} c^{-1} d^{-1}.$$

5. Determinare quali superfici si ottengono identificando a due a due i lati di un poligono etichettato come segue

$$a_1 a_2 \dots a_n a_1^{-1} a_2^{-1} \dots a_{n-1}^{-1} a_n.$$

(Provare per $n = 1, 2, 3, \dots$).

6. Determinare quali superfici si ottengono identificando a due a due i lati di un poligono etichettato come segue

$$a_1 a_2 \dots a_n a_1^{-1} a_2^{-1} \dots a_{n-1}^{-1} a_n^{-1}.$$

(Distinguere n pari da n dispari e osservare cosa succede ai vertici del poligono).