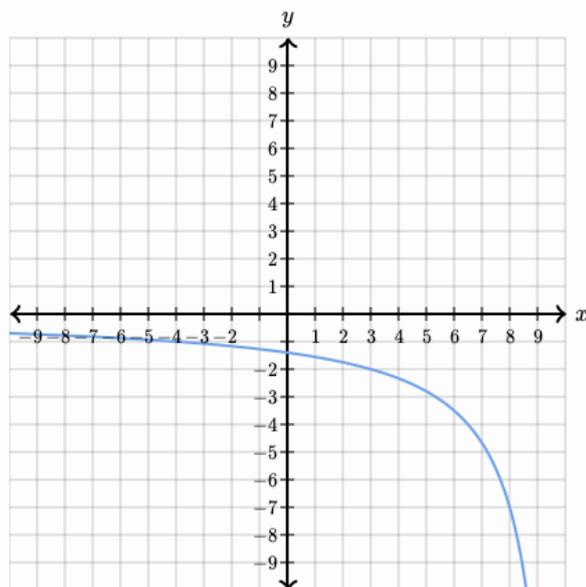


1. Sia  $f: [-9, 9] \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione il cui grafico è rappresentato nella figura qui sotto



- (i) Determinare  $f(-5)$ ,  $f(0)$ .  
 (ii) Determinare se esiste  $x \in [-9, 9]$  tale che  $f(x) = 1$ .  
 (iii) Determinare l'immagine di  $[0, 8]$  tramite  $f$ .  
 (iv) È vero che  $f$  è iniettiva? Suriettiva? Spiegare le risposte.  
 (v) Determinare l'insieme  $\{x \in [-9, 9] : f(x) < -5\}$ .
2. Sia  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x \text{ è pari;} \\ x - 2, & \text{se } x \text{ è dispari.} \end{cases}$$

- (a) Calcolare  $f(10)$ ,  $f(-5)$ ,  $f(0)$ ;  
 (b) Determinare se  $f$  è iniettiva;  
 (c) Determinare se  $f$  è suriettiva.
3. Dimostrare che  $n^3 - n$  è divisibile per 3, per ogni  $n \geq 1$ .  
 È vero che  $n^4 - n$  è divisibile per 4, per ogni  $n \geq 1$ ?
4. Dimostrare che  $2^n > n^2$ , per ogni  $n \geq 5$ .
5. Dimostrare che  $n^2 + 5n + 6$  è pari, per ogni  $n \geq 1$ .
6. Determinare tutti gli  $x \in \mathbf{R}$  per cui vale la disuguaglianza  $(\log x)^2 > \log x$ .
7. Determinare tutti gli  $x \in \mathbf{R}$  per cui vale la disuguaglianza  $\log(x^2) > \log x$ .