Laboratorio di Matematica 2017. Esercizi 1. richiami di teoria degli insiemi e di logica.

1. Siano dati gli insiemi $A = \{7n^2,\ n \in \mathbf{Z},\ -5 \leq n \leq 5\}$, $B = \{m(m+1)/2,\ m \in \mathbf{Z},\ 1 \leq m \leq 5\}$, $C = \{7n^2,\ n \in \mathbf{Z},\ 0 \leq n \leq 5\}$
   (a) Elencare tutti gli elementi di A, B e C.
   (b) Determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus C$.

2. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, descrivere i seguenti insiemi in termini di $A,\ B,\ C,\ D$:

$$X = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-3)x^2 > 0\}, \quad Y = \{x \in \mathbf{R} \mid \begin{cases} x - 3 < 0 \\ x < 0 \end{cases}\} \quad Z = \{z \in \mathbf{R} \mid \frac{x-3}{x} < 0\}.$$

3. Dati $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$, $D = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$, determinare e descrivere mediante disequazioni gli insiemi

$$A \cup C, \qquad A \setminus C, \qquad A \cap D, \qquad \mathbf{R} \setminus (B \cup C).$$

4. Dati gli insiemi $A = \{a, b\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$, determinare gli insiemi (elencarne gli elementi)

$$A \times B, \qquad B \times A, \qquad \mathcal{P}(B).$$

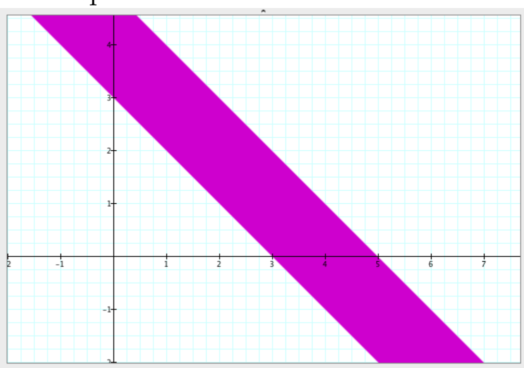
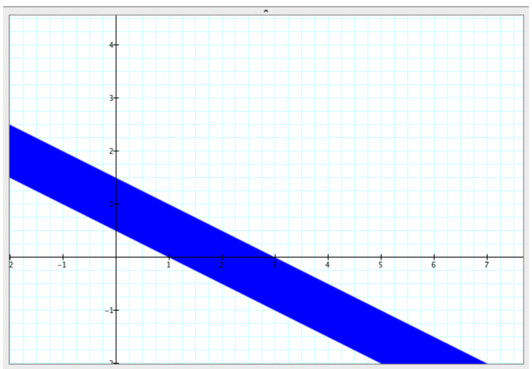
5. Data l'affermazione **A: "$n \in \mathbf{N}$ è divisibile per 15"**, determinare quali delle seguenti condizioni sono *necessarie* a che sia **A** sia vera:
   (a) n è divisibile per 3;
   (b) n è divisibile per 5;
   (b) n è divisibile per 30;
   (b) n è divisibile per 10;

6. Data l'affermazione **B: "$n \in \mathbf{N}$ è divisibile per 30"**, determinare quali delle seguenti condizioni sono *sufficienti* a che sia **B** sia vera:
   (a) n è divisibile per 3;
   (b) n è divisibile per 15;
   (b) n è divisibile per 90;
   (b) n è divisibile per 10;

7. Decidere se la seguente affermazione è vera o no, giustifcando bene la risposta. Siano m, n numeri naturali.

$$mn \text{ è divisibile per } 3 \Leftrightarrow m \ \& \ n \text{ sono divisibili per } 3.$$

8. Descrivere mediante equazioni/disequazioni i sottoinsiemi A e B del piano cartesiano dati rispettivamente da:

Descrivere i loro complementari in $\mathbf{R}^2$.