Laboratorio di Matematica, a.a. 2015-2016

Test, 16 dicembre 2015

(1) Un leopardo, acquattato su un albero alto 3 metri, per puntare la sua preda deve abbassare lo sguardo di 30^o rispetto all'orizzonte.

i) A che distanza si trova la preda dall'albero?

ii) Di quanto avrà abbassato lo sguardo il paziente leopardo nel momento in cui la preda si sarà avvicinata a $\sqrt{3}$ metri dall'albero?

(2) (i) In quante maniere è possibile distribuire sei pietre di colore differente tra tre bambini?

(ii) In quante maniere è possibile distribuire sei pietre di colore differente tra tre bambini, volendo assegnarne due ad ogni bambino?

(iii) In quante maniere è possibile distribuire sei pietre identiche tra tre bambini?

(3) (i) Decomporre in fattori irriducibili i seguenti polinomi di $\mathbb{Q}[x]$

$$x^4+1\,, \qquad x^6+2x^4+10x-2 \qquad 3x^3-2x^2-3x+2\,.$$

(ii) Stabilire se in $\mathbb{R}[x]$ i polinomi

$$x^4+1 \qquad \text{e} \qquad x^5+4x^4-6x^2+2$$

ammettono radici reali e discutere la loro eventuale irriducibilità motivando ogni risposta.

(4) (i) Determinare equazioni cartesiane e parametriche della retta r del piano euclideo $\mathbb{E}^2$ passante per i punti di coordinate $(-2,2)$ e $(2,5)$.

(ii) Determinare un'isometria F di $\mathbb{E}^2$ che trasformi la retta r nella retta $\tilde{r}$ di equazione $y=0$.

(iii) Dimostrare il seguente fatto:

$f=0$ è un'equazione cartesiana di r se e solo se $f\circ F^{-1}=0$ è un'equazione cartesiana di $\tilde{r}$.

(iv) Definire l'iperbole come luogo geometrico di $\mathbb{E}^2$.